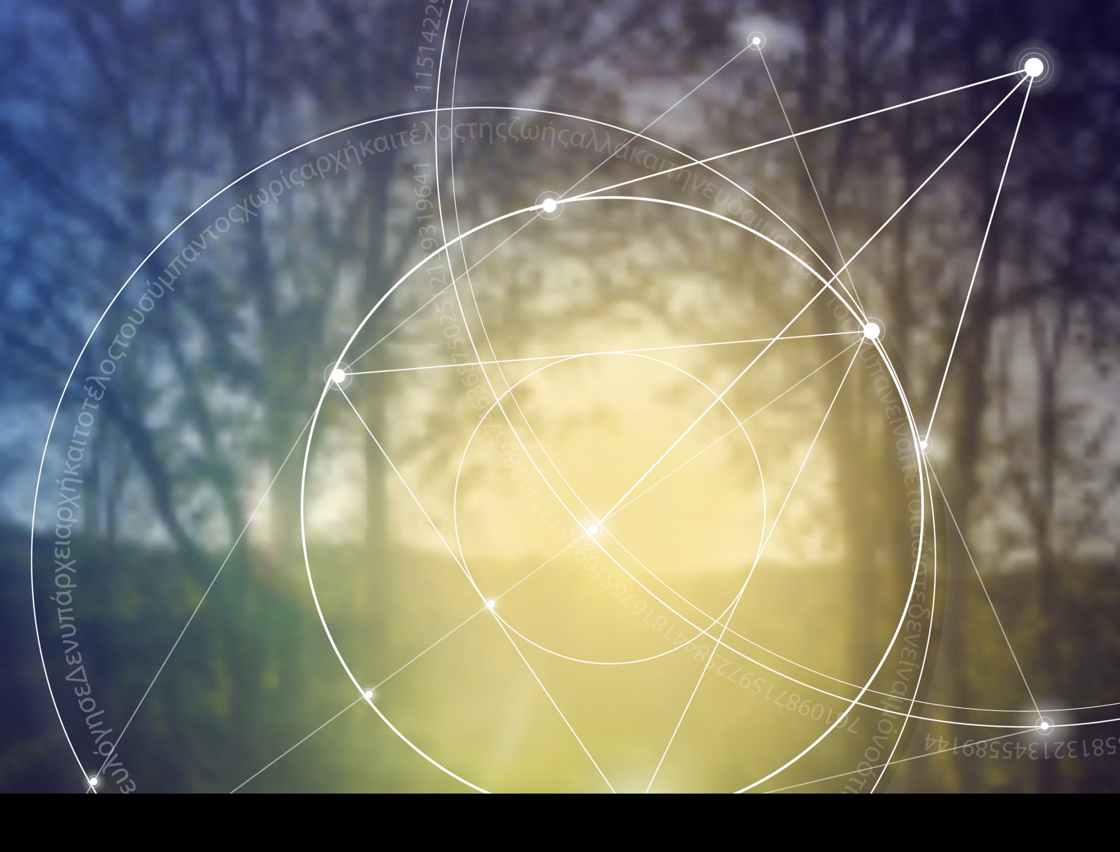


مقدمة قصيرة جدًّا

تاريخ الرياضيات

جاكلين ستيدال

تاريخ الرياضيات

تاريخ الرياضيات

مقدمة قصيرة جدًّا

تأليف

جاكلين ستيدال

ترجمة

أ.د. محمد عبد العظيم سعود

مراجعة

محمد فتحي خضر



تاريخ الرياضيات

The History of Mathematics

جاكلين ستيدال

Jacqueline Stedall

الطبعة الأولى ٢٠١٦م
رقم إيداع ٢٢٤٥٣ / ٢٠١٥

مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة
إن مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة غير مسئولة عن آراء المؤلف وأفكاره
وإنما يعبِّر الكتاب عن آراء مؤلفه
٥٤ عمارات الفتح، حي السفارات، مدينة نصر ١١٤٧١، القاهرة
جمهورية مصر العربية
تليفون: ٢٢٧٠٦٣٥٢ ٢٠٢ + **فاكس:** ٣٥٣٦٥٨٥٣ ٢٠٢ +
البريد الإلكتروني: hindawi@hindawi.org
الموقع الإلكتروني: http://www.hindawi.org

ستيدال، جاكلين.
تاريخ الرياضيات: مقدمة قصيرة جدًّا/تأليف جاكلين ستيدال.
تدمك: ٤ ٤٤٨ ٧٦٨ ٩٧٧ ٩٧٨

١–الرياضيات – نظم

أ–العنوان

٥١١,٢

تصميم الغلاف: إيهاب سالم.

المحتويات

شكر وتقدير

أثناء كتابتي هذه المقدمة القصيرة جدًّا عن موضوعٍ على هذا القدر الكبير من الأهمية، استرشدتُ كثيرًا بمؤلفين آخرين في هذه السلسلة، خاض كثيرٌ منهم تحديًا على قدر مماثل من الأهمية بطرق مبتكرة ومثيرة للأفكار.

لقد شرفت على مدى السنوات القليلة الماضية بتحرير كلٍّ من «دليل أكسفورد إلى تاريخ الرياضيات»، و«نشرة الجمعية البريطانية لتاريخ الرياضيات»؛ وهي دورية تصدر عن هذه الجمعية؛ وقد أدَّى بي هذا إلى عقد علاقاتِ عملٍ وطيدة مع ما يزيد عن ثمانين مؤلِّفًا يكتبون عن تاريخ الرياضيات من وجهاتِ نظرٍ كثيرة التنوُّع، وقد تعلَّمْتُ شيئًا من كل واحدٍ منهم. كثير من هذا العمل تمَّ بالتعاون مع إليانور روبسون، أفضل صديقاتي وزملائي، وإنني ممتنة كثيرًا لها نظير الساعات التي قضَتْها في رفقتي وفي مناقشتي، والتي ساعدَت في صياغة الصورة التي حاولتُ أن أنقلها في هذا الكتاب. وعلى وجه الخصوص، قد استعنتُ بأبحاثِ وخبرةِ ماركوس آسبر، وسونيا برنتيس، وكريستوفر كولن، وماريت هارتفيت، وآنيت إمهاوزن، وكيم بلوفكر، وإليانور روبسون، وكورينا روسِّي، وسايمون سينج، وبولي تانالاكي، وبنجامين ووردوف؛ لذا ستجد قائمةً بكتب ومقالات هؤلاء المؤلِّفين وآخَرين غيرهم، ضمن اقتراحات القراءات الإضافية الواردة في نهاية الكتاب.

إن مجموعة دفاتر التلاميذ النموذجية لِجون هيرسي، التي جرت مناقشتها في الفصل الرابع، هي مِلك جمعية الرياضيات، وهي موجودة في مكتبة ديفيد وايلزون بجامعة ليستر. أتوجَّه بالشكر إلى أمينَيْ أرشيف الجمعية ماري ولسلي وَمايك بريس لاستضافتهما الكريمة وإسهاماتهما في هذا الجزء من بحثي. كما أشعر ببالغ الامتنان لجوانا باركر من كلية ووستر بجامعة أكسفورد؛ لأنها سمحت لي بالاطلاع على نسخة جون أوبري من مفكرة آن إتريك. وأَدين بالفضل لأندرو ويلز وكريستوفر كولن وإليانور روبسون

وآدم سيلفرشتاين؛ لتحمُّلِهم مشاقَّ مراجعةِ تفاصيل الفصول: الأول والثاني والرابع والخامس على الترتيب. وأسجِّل خالص شكري لهم ولكل مَنْ قدَّموا تعليقات ذكية عن جوانب مختلفة من الكتاب؛ قُرَّاء مكتبة جامعة أكسفورد الذين لا أعلمهم، بالإضافة إلى بيتر نيومان وهارفي ليدرمان وجيسي وولفسون، وكل أفراد عائلتي الحاليين، الذين لم يفكِّر بعضهم حتى الآن في القراءة عن تاريخ الرياضيات.

مقدمة

يمتد تاريخ الرياضيات حتى أربعة آلاف عام مضَتْ على الأقل، ويوجد في كل حضارة وثقافة، وربما يكون من الممكن — حتى في مقدمة قصيرة جدًّا كهذا الكتاب — أن نوجز بعضًا من أهم الأحداث والاكتشافات بترتيب زمني تقريبي. وفي الحقيقة، ربما يكون هذا ما سيتوقَّعه أغلب القرَّاء؛ ومع ذلك، قد تواجِهنا عدَّة مشكلات في هذا العرض.

أولى تلك المشكلات أن مثل هذه الروايات تنزع إلى تصوير رؤية تقدمية لتاريخ الرياضيات، يكون فيها الفهمُ الرياضي عامةً مدركًا للتطوُّر والتقدُّم نحو الإنجازات الرائعة المتحققة في الوقت الحاضر. لكن لسوء الحظ، فإن مَن يبحثون عن أدلة على هذا التقدُّم يميلون إلى التغاضي عن التعقيدات والزلَّات والطرق المسدودة، التي هي جزء يتعذَّر اجتنابه في أي مسعًى بشري، بما في ذلك الرياضيات، وأحيانًا يمكن أن يكون الفشل ملهِمًا وموحيًا مثل النجاح. وإلى جانب هذا، بجَعْل رياضياتِ الوقت الحاضرِ المعيارَ الذي تُقاس عليه المجهودات الأقدم؛ قد نخاطر بالنظر إلى إسهامات الماضي بوصفها إسهاماتٍ جريئةً، ولكنها في النهاية جهود عَفَا عليها الزمن. بدلًا من ذلك، عند النظر إلى الكيفية التي نشأَتْ بها هذه الحقيقة أو تلك النظرية، فإننا بحاجة إلى رؤية الاكتشافات في سياق زمنها ومكانها.

ثمة مشكلة أخرى، سأتكلَّم عنها فيما بعدُ أكثر من ذلك؛ هي أن الروايات الزمنية تتبع غالبًا أسلوبَ «الأحجار المتفرقة»، الذي تُوضَع فيه المكتشَفات أمامنا واحدًا بعد الآخَر، دون كل الروابط المهمة الموجودة بينها. إن هدف المؤرخ ليس مجرد تجميع قوائم تواريخ للأحداث، وإنما إلقاء الضوء على المؤثرات والتفاعلات التي أدَّت إليها؛ وسيكون هذا موضوعًا متكرِّرًا في هذا الكتاب.

وثمة مشكلة ثالثة تتمثَّل في أن تلك الأحداث والاكتشافات المهمة تأتي مصاحِبةً لأُناسٍ مهمين؛ وعلاوةً على هذا، تركِّز الغالبيةُ العظمى من تواريخ الرياضيات على أولئك الذين عاشوا في أوروبا الغربية منذ القرن السادس عشر تقريبًا، وعلى الذكور تحديدًا؛ وهذا لا يعكس بالضرورة تمركُزًا أوروبيًّا أو توجُّهاتٍ منحازةً جنسيًّا من جانب الكُتَّاب. إن التطور السريع للرياضيات في الثقافة الذكورية في أوروبا منذ عصر النهضة، أدَّى إلى قدر كبير من المادة، رأى المؤرخون — وهم مُحِقُّون — أنها تستحِقُّ البحث والاستقصاء، وإلى جانب هذا لدَيْنا ثروة من المصادر من أوروبا لهذه الفترة، تقابلها فقط حفنة، بتعبير نسبي، لأوروبا ما قبل العصور الوسطى، أو الصين أو الهند أو الولايات المتحدة. ولحسن الحظ، فإن وفرةَ المصادر وإمكانيةَ الوصول إليها في بعض هذه المناطق الأخرى في سبيلهما إلى التحسُّن. ومهما يكن، تَبْقَ الحقيقة أن التركيز على المكتشفات الكبيرة يتغافل عن الخبرة الرياضية لمعظم الجنس البشري؛ النساء، والأطفال، والمحاسبين، والمدرسين، والمهندسين، وعمَّال المصانع وغيرهم، بل يغفل أيضًا عن قارات وقرون كاملة. من الواضح أن هذا لن يفيدنا في شيء. ودون إنكارٍ لقيمة بعض الإنجازات الجديرة بالذكر (وسيبدأ هذا الكتاب بواحد منها)، فإنه يجب أن تكون هناك طرق للتفكير في التاريخ من منظور الأشخاص الكثيرين الذين يمارسون الرياضيات، وليس مجرد قلة.

لن يستطيع هذا الكتاب أن يُقوِّم التحيُّزَ الذكوري في معظم روايات تاريخ الرياضيات إلا قليلًا، ومع ذلك فإنه يستطيع أن يقدِّم أكثرَ من مجرد مجامَلة لفظية للقارات الأخرى، خلا القارة الأوروبية، وسيحاول أن يستكشف كيف وأين ولماذا مُورِسَت الرياضيات على يد أُناسٍ لن تظهر أسماؤهم أبدًا في المسارد التاريخية القياسية. ولكن يتطلَّب عمل هذا شيئًا مختلفًا عن البحث الزمني المعتاد.

النموذج البديل الذي أَقترِح تتبُّعَه هو البناء حول الموضوعات وليس الفترات. سيركِّز كلُّ فصل على حالتَيْ دراسةٍ أو ثلاث، اختيرت ليس لأنها بأية طريقة شاملة أو جامعة، ولكن على أمل أنها ستوحي بأفكار وأسئلة وطرائق حديثة في التفكير. في الوقت نفسه، وتماشيًا مع المبادئ التي صرَّحْتُ بها أعلاه، حاولتُ — حيثما كان ذلك ممكنًا — إظهارَ أوجُه الشبه والاختلاف بين القصص المختلفة؛ بحيث يكون القرَّاءُ قادرين على تكوين رؤية مترابطة لعدد قليل على الأقل من جوانب التاريخ الطويل جدًّا للرياضيات. إن هدفي ليس فقط توضيح كيفية تناول المؤرخين المحترفين الآن لفرع معرفتهم ودراستهم، وإنما توضيح الكيفية التي يمكن أن يفكِّر بها أيضًا الشخص العادي في تاريخ الرياضيات.

وبهذه الطريقة، فإنني آمل أن يساعد هذا الكتابُ القارئَ على أن يُدرِك ثراء وتنوُّع النشاط الرياضي على مدار التاريخ الإنساني، وأن يكون مقدمةً قصيرةً جدًّا، ليس لجزء من رياضيات الماضي فحسب، ولكن لتاريخ الرياضيات نفسه بوصفه فرعًا أكاديميًّا حديثًا.

الفصل الأول

الرياضيات: أسطورة وتاريخ

من غير المعتاد كثيرًا أن تُحدِث مسألةٌ رياضية قديمة شائكة تلك الجَلَبة، ولكن في عام ١٩٩٣ أعلنت الصحف في بريطانيا وفرنسا والولايات المتحدة أن عالِم رياضيات في الأربعين من عمره يُدعَى أندرو وايلز، قد شرح في محاضرة في معهد إسحاق نيوتن في كامبريدج برهانًا لمسألةٍ عمرها ثلاثمائة وخمسون عامًا، معروفة باسم «نظرية فيرما الأخيرة». اتضح في النهاية أن ذلك الزعم كان سابقًا لأوانه قليلًا؛ إذ كانت صفحات وايلز المائتان تحتوي على خطأ احتاج بعض الوقت لتصويبه، ولكن بعد عامين صار البرهان محكمًا؛ وقد أصبحت قصة معركة وايلز ذات السنوات التسع موضوعًا لكتابٍ، وفيلمٍ تليفزيوني بكى خلاله وايلز وهو يتحدَّث عن إنجازه.

أحد الأسباب التي جعلت هذه القطعة من التاريخ الرياضي تستولي على الخيال العام؛ كان — بلا مِرْية — صورةَ وايلز نفسه؛ فَلِسبع سنوات قبل محاضرة كامبريدج عَمِل وايلز في شبه انعزال، ناذرًا نفسه للرياضيات العميقة والمعقدة للنظرية. كنَّا هنا بصددِ قصةٍ تتوافق تمامًا مع أساطير الثقافة الغربية؛ البطل المتوحِّد الذي يكافح ضد الصعاب، ليصل إلى هدفه العسير المنال. بل كانت القصة تحتوي على أميرة؛ إذ كانت زوجته فقط هي التي عرفَتْ هدفَه النهائي، وكانت أول مَن تلقَّى البرهانَ المنتهي، كهدية عيد ميلاد.

ثمة سببٌ ثانٍ يتمثَّل في أنه على الرغم من أن البرهان النهائي لنظرية فيرما الأخيرة لم يستوعِبْه تمامًا أكثر من عشرين شخصًا في العالَم، فإن نَصَّ النظرية كان في حد ذاته بسيطًا. لقد انجذب وايلز إليها عندما كان في العاشرة، وحتى أولئك الذين نسوا منذ زمن بعيد معظمَ الرياضيات التي تعلَّموها، كان بإمكانهم أن يستوعبوا ما تدور النظريةُ حولَه؛ وسنعود إلى هذا بعد قليل.

لكن قبل ذلك، لاحِظْ أن ثلاثة أشخاص قد ذُكِروا بالاسم في الفقرة الأولى من هذا الفصل: وايلز، ونيوتن، وفيرما. في الرياضيات هذا شيء نموذجي؛ فمن المعتاد أن تُطلَق أسماء الرياضيين على النظريات أو التكهنات أو المنشآت؛ وسبب هذا أن معظم الرياضيين يَعُونَ تمامًا أنهم يبنون على عملٍ أَتَمَّه سابقوهم أو زملاؤهم. بكلمات أخرى، إن الرياضيات موضوعٌ تاريخي متأصِّل، نادرًا ما تكون فيه المحاولات السابقة بعيدةً عن العقل. وحتى نبدأ في التفكير حول الأسئلة التي يطرحها مؤرِّخو الرياضيات، دَعْنا نتتبع إلى الوراء نظريةَ فيرما الأخيرة من محاضرة مدرج كامبريدج في عام ١٩٩٣ إلى بداياتها البعيدة.

فيرما ونظريته

وُلِد بيير دي فيرما في عام ١٦٠١، وقضى حياته كلها في جنوبي فرنسا. تَدرَّب فيرما على المحاماة، وعمل مستشارًا قانونيًّا لبرلمان تولوز؛ الهيئة التشريعية لمساحة محيطة كبيرة. وفي وقت فراغه، الذي كان قليلًا بالفعل، انشغل فيرما بالرياضيات، وبسبب بُعْده عن أنشطة الدوائر الفكرية في باريس، عمل غالبًا منفرِدًا تمامًا. وفي ثلاثينيات القرن السابع عشر تَراسَل مع علماءِ رياضياتٍ خارج الوطن، وذلك من خلال الراهب الباريسي مارين ميرسين، ولكن في الأربعينيات — عندما تزايدت عليه الضغوطُ السياسية — انسحَبَ مرةً أخرى إلى عزلته الرياضية. لقد أنجَزَ فيرما بعضًا من أهم وأعمق النتائج في رياضيات بدايات القرن السابع عشر، لكنه في المُجمَل لم يكن يكتب الكثيرَ عنها. من حينٍ لآخَر كان يَعِدُ مراسليه أنه سيكتب التفاصيل عندما يجد وقت الفراغ الكافي، ولكن وقت الفراغ الكافي هذا لم يأتِ قطُّ. أحيانًا كان يقدِّم مقولةً جرداء عمَّا وجده، أو يبعث بتحديات كانت تشرح بوضوحٍ الأفكارَ التي كان يعمل عليها، ولكن دون أن يفصح عن نتائجه التي تَوصَّل إليها بصعوبةٍ.

ظهر أول تلميح عن نظريته الأخيرة في تحدٍّ بعث به إلى عالِمَي الرياضيات الإنجليزيين جون واليس وَويليام برونكر في عام ١٦٥٧، لكنهما فشلَا في أن يَرَيَا ما كان يرمي إليه، وغضَّا الطرفَ عنه، وكأنه غير جدير بمستواهما. فقط بعد وفاة فيرما، عندما حرَّرَ ابنه صمويل بعضَ مذكراته وأوراقه، ظهَرَ نَصُّ النظرية كاملًا، مكتوبًا بطريقةٍ متعجلة دون عنايةٍ، في هامش من نسخة فيرما من كتاب «الحساب» لِديوفانتس. وقبل أن نأخذ خطوةً

أخرى إلى وقت سابق لرؤيةِ ما أَلْهَمَ فيرما في كتابات ديوفانتس، نحتاج إلى الحديث باختصار عن شيء من الرياضيات؛ عن نظرية فيرما الأخيرة ذاتها.

من النظريات الرياضية التي يتذكرها كل شخص تقريبًا من أيام المدرسة نظرية فيثاغورس، التي تنص على أن مربع طول الضلع الأطول في المثلث القائم الزاوية — الوتر — يساوي مجموع مربعَي الضلعين القصيرين. يتذكَّر أيضًا معظمُ الناس أنه إذا كان طولا الضلعين القصيرين ٣ و٤ وحدات، فإن طول الضلع الأطول يساوي ٥ وحدات؛ لأن: $3^2 + 4^2 = 5^2$. ويُعرَف هذا النوع من المثلثات بأنه المثلث (3–4–5)، وربما يُستعمَل لتخطيط زوايا قائمة على الأرض بقطعةٍ من حبل، أو يستخدمه مؤلِّفُو الكتب المدرسية الذين يرغبون في وضع مسائل لا يحتاج حلُّها إلى آلة حاسبة. هناك عدد هائل من فئات ثلاثيات الأعداد الصحيحة التي تحقِّق العلاقة نفسها؛ ومن السهل — على سبيل المثال — التحقُّق من أن $5^2 + 12^2 = 13^2$ أو أن $8^2 + 15^2 = 17^2$. مثل هذه الفئات تُكتَب أحيانًا: (3, 4, 5) أو (5, 12, 13)، وهكذا، وتُسمَّى «ثلاثيات فيثاغورس»، وهناك عددٌ لا نهائي منها.

والآن افترِضْ أننا سنعبث قليلًا بالشروط، كما يفعل الرياضيون، لنرى ماذا سيحدث. ماذا لو أخذنا مكعبات كل عدد بدلًا من المربعات؟ هل يمكننا أن نجد ثلاثية a, b, c تحقِّق المعادلة $a^3 + b^3 = c^3$، أو هل يمكننا أن نكون أكثر جموحًا، فنبحث عن ثلاثية تحقِّق المعادلة $a^7 + b^7 = c^7$، أو حتى $a^{101} + b^{101} = c^{101}$؟ كان استنتاج فيرما أنه لا جدوى من المحاولة؛ فنحن لا نستطيع أن نفعل هذا لأية قوة بعد التربيع. وكما هو معتاد، فقد ترَكَ تفاصيلَ هذا الأمر لآخَرين. هذه المرة لم يكن الوقت هو المبرر، وإنما المساحة؛ إذ قال إنه اكتشف برهانًا بديعًا، لكن الهامش كان ضيقًا جدًّا بحيث لا يسعه أن يحتويه.

كان الهامشُ المعنيُّ في صفحة ٨٥ من طبعة كلود جاسبارد باشي عام ١٦٢١ لكتاب «الحساب» لِديوفانتس. لقد أثار كتاب «الحساب» اهتمامَ الرياضيين الأوروبيين دائمًا منذ أن اكتُشِفت له نسخة مخطوطة يدوية، كُتِبت بالإغريقية، في فينيسيا عام ١٤٦٢. أما ديوفانتس نفسه، فلا أحدَ علم عنه شيئًا، وإلى الآن لا يُعرَف عنه الكثير. لقد أشارَتْ إليه المخطوطة بالاسم «ديوفانتس السكندري»، وهكذا لنا أن نفترض أنه عاش وعمل جزءًا مهمًّا من حياته في مدينةٍ تتكلَّم الإغريقية في شمال مصر. أما معرفة ما إذا كان مواطِنًا مصريًّا أم أنه جاء من جزء آخَر من عالَم البحر المتوسط، فهذا ما لا نعلمه، وأيُّ تقدير للتاريخ الذي عاش فيه لن يكون أكثرَ من تخمين. لقد اقتبس ديوفانتس من هيبيكلس

(حوالي عام ١٥٠ قبل الميلاد)، بينما اقتبس ثيون إحدى النتائج من أعمال ديوفانتس (حوالي عام ٣٥٠ ميلاديًّا)، وهذا يمنحنا نطاقًا زمنيًّا مقداره خمسمائة عام، لكن لا يسعنا أن نفعل ما هو أفضل من ذلك.

مقارَنةً بالنصوص الهندسية التي بقيت لكتَّابٍ رياضيين إغريقيين، فإن كتاب «الحساب» غيرُ تقليدي بدرجة كبيرة؛ فمادةُ موضوعه ليست الهندسةَ، كما أنها ليست علمَ الحساب اليومي؛ هي بالأحرى فئة من المسائل المعقدة تتساءل عن أعداد صحيحة أو كسرية تحقِّق شروطًا معينة؛ على سبيل المثال: المسألة الثامنة من الكتاب الثاني تسأل القارئَ أن «يقسم مربعًا إلى مربعين». ولأهدافنا الحالية، ربما نترجم هذا إلى صيغة أكثر حداثةً في التعبير، ونرى أن سؤال ديوفانتس كان متعلِّقًا بثلاثيات فيثاغورس؛ حيث إن المربع المعطى (بمجموعة الرموز السابقة c^2) يمكن أن يُقسَّم إلى مربعين أصغر ($a^2 + b^2$). وقد أظهر ديوفانتس طريقةً ماهرة لإنجاز ذلك عندما يكون المربع الأكبر ١٦ (وفي هذا الحال ستتضمَّن الإجابةُ كسورًا)، وبعد ذلك انتقل إلى تناوُل أمرٍ آخَر.

إلا أن فيرما تَردَّد عند هذه النقطة، ولا بد أنه قد طرح على نفسه السؤال الواضح: هل يمكن أن تُمَدَّ هذه الطريقة؟ هل يمكن «تقسيم المكعب إلى مكعبين»؟ كان هذا تحديدًا السؤالَ الذي طرحه على واليس وبرونكر في عام ١٦٥٧ (والذي ردَّ عليه واليس ردًّا حاسمًا بأن مثل هذه الأسئلة «السلبية» محض هراء، بعد أن كان فيرما قد كتب تعليقًا بأن هذا مستحيل). إن الذي كان قد اقترحه فيرما في الهامش، كان ينطبق ليس فقط على المكعبات، ولكن على أية قوة (أُس) على الإطلاق، وكان هذا أبعد بكثيرٍ ممَّا طلبه ديوفانتس.

ظهر اسمٌ آخَر خلال القصة السابقة، وهو فيثاغورس؛ لذا دَعْنا الآن نأخذ خطوة تاريخية أخرى إلى الوراء، من ديوفانتس إلى فيثاغورس، الذي من المفترض أنه عاش في جزيرة ساموس الإغريقية نحو عام ٥٠٠ قبل الميلاد. وعلى الرغم من هذا التاريخ البعيد، فربما يشعر كثير من القرَّاء بأنهم أقرب كثيرًا إلى فيثاغورس منهم إلى ديوفانتس. وفي الحقيقة، السؤالُ الذي كان يُطرَح عليَّ عمومًا كمؤرِّخ للرياضيات: «هل تعود بدراستك التاريخية إلى زمن فيثاغورس؟» في الحقيقة، كانت نظريةُ فيثاغورس معروفةً منذ زمن بعيد جدًّا، والأخبارُ المحبطة أنه لا يوجد هناك دليلٌ لربطها بفيثاغورس. وفي الحقيقة، إن الأدلة التي تربط فيثاغورس بأي شيءٍ هي أدلةٌ واهية؛ فإذا كان ديوفانتس شخصيةً يشوبها الإبهام، فإن فيثاغورس قد طُمِر تحت غطاء من الأساطير والخرافات. ليس لدينا نصوصٌ كتَبَها هو أو واحد من تابعيه المباشِرين، وأقدمُ قصص حياته تأتينا من القرن

الثالث بعد الميلاد، أو بعد حوالي ٨٠٠ عام من زمن حياته، وكتَبَها كتَّاب يهدفون إلى ترويج آراءٍ فلسفية معيَّنة. إن رحلاته المفترضة إلى بابل أو مصر — حيث يقال إنه تعلَّمَ الهندسة — لم تكن أكثر من روايات خيالية ابتكَرَها هؤلاء الكتَّاب لدعم سلطته وتميُّزه. وبالنسبة إلى الروايات الخاصة بما يُفترَض أن تابِعِيه قد فعلوه أو اعتقدوه، فربما توجد أُسُس لبعضها في الحقيقة، لكن من المستحيل تأكيد أيٍّ منها. لقد أصبح فيثاغورس، حرفيًّا، شخصيةً أسطوريةً، يُعزَى إليه الكثير، لكن في الحقيقة، لا يُعرَف عنه سوى القليل.

إن حياة هؤلاء الرجال الأربعة: فيثاغورس وديوفانتس وفيرما ووايلز، امتدت عبر أكثر من ألفَيْ عام من التاريخ الرياضي، وبالتأكيد نستطيع أن نتتبَّعَ أفكارًا رياضية مشابِهة تجري في قصص عن كلٍّ منهم، حتى لو كانت قرونٌ عدة تفصل بعضَهم عن بعض. هل «غطَّيْنا» إذن تاريخ نظرية فيرما الأخيرة من البداية إلى النهاية؟ الإجابة هي «لا»، ولأسباب متعددة؛ السبب الأول أن أحد أعمال المؤرخ أن يفصل القصة الخيالية عن الحقيقة، والأسطورة عن التاريخ. هذا لا يقلِّل من تقدير قيمة القصة الخيالية أو الأسطورة؛ فكلتاهما تتضمَّن قصصًا بها تُعرِّف المجتمعات نفسها وتفهمها، وربما تكون لها قيمة عميقة ودائمة، لكنْ على المؤرخ ألَّا يسمح لهذه القصص أن تحجب الأدلةَ التي ربما تشير إلى تفسيرات أخرى. في حالة فيثاغورس، من السهل نسبيًّا أن نرى كيف ولماذا تبدو القصص القوية وكأنها نُسِجت من خيوط مهلهلة، لكنْ في حالة آندرو وايلز؛ حيث نؤمن أن الحقائق موجودة تحت أبصارنا، من الأصعب رؤية ذلك. إن حقيقةَ كلِّ رواية تقريبًا تكون دائمًا أكثرَ تعقيدًا ممَّا نتخيَّل في البداية، أو ممَّا قد يضطرنا المؤلفون أحيانًا إلى أن نعتقد، والقصص المتعلِّقة بالرياضيات والرياضيين ليست استثناءً. في الجزء المتبقي من هذا الفصل سنستكشف بعضَ الخرافات الشائعة والقصص المبهمة في تاريخ الرياضيات؛ وللإيضاح، لقد سمَّيْتُها «تاريخ البرج العاجي»، و«تاريخ الأحجار المتفرقة»، و«تاريخ الصفوة». ثم سأقدِّم في بقية الكتاب بعضَ النُّهُج البديلة.

تاريخ البرج العاجي

من أهم الملامح المُلاحَظة في قصة وايلز، حقيقةُ أنه تعمَّدَ أن يغلق الباب على نفسه لسبع سنوات حتى يستطيع وضْعَ برهان النظرية الأخيرة، دون مقاطعة أو تداخل. كان فيرما هو الآخَر محبًّا للعزلة، وتفصله مسافةٌ جغرافية عمَّن قد يستطيعون فَهْم عمله وتقديره.

لقد تَكلَّمْنا عن ديوفانتس وفيثاغورس أيضًا من دون أية إشارة إلى معاصريهما. هل كان هؤلاء الرجال الأربعة حقًّا عباقرة متفردين شقُّوا طرقًا جديدة بمفردهم؟ هل هذه هي الكيفية التي تُصنَع بها الرياضيات على نحو صحيح، أو على النحو الأمثل؟ دَعْنا نَعُدْ إلى فيثاغورس، ثم نتقدَّم في الزمن إلى الأمام هذه المرة.

لقد ادَّعَتِ القصص المروية عن فيثاغورس بإصرار أنه أَسَّسَ أو جذب حوله جماعة، أو أخوية، اشتركوا في عقائد دينية وفلسفية معينة، وربما أيضًا في بعض الاكتشافات الرياضية. وللأسف، إن القصص تدَّعِي أيضًا أن هذه الأخوية كانت مقيَّدةً بسرية صارمة، وهو ما يَترك بالطبع مجالًا لا نهايةَ له لتخمين نشاطاتهم. لكن حتى لو كانت هناك ذَرَّة من الحقيقة في مثل هذه القصص، فإنه يبدو أن فيثاغورس كان ذا شخصيةٍ مؤثرة بدرجة كافية ليجتذب تابعين. وفي الواقع، إن حقيقة أن اسمه ظلَّ باقيًا تَشِي بأنه كان محترمًا وموقرًا في زمن حياته، وأنه لم يكن ناسِكًا.

يمكننا بدرجة أفضل قليلًا أن نتفهَّم وضْعَ ديوفانتس، الذي كان بإمكانه وهو في الإسكندرية أن يستمتع بصحبة علماء آخَرين. من المؤكد تقريبًا أنه كان قادرًا على الوصول إلى الكتب التي جُمِعت من أماكن أخرى من عالم البحر المتوسط في المعابد، أو مجموعات الكتب الخاصة. من الممكن أن مسائل كتاب «الحساب» كانت من اختراعه الخاص، ولكنْ يمكن كذلك، بالقدر نفسه من الاحتمالية، أن يكون قد جَمَعَها من مصادر أخرى متعددة، مكتوبة أو شفهية. أحد الأفكار الأساسية المكررة في هذا الكتاب أن الرياضيات تنتقل من شخصٍ إلى آخَر من خلال الكلمة المنطوقة. وديوفانتس، شأنه شأن أي رياضي خلَّاق، ناقَشَ غالبًا بالتأكيد مسائلَه وحلولَها مع مدرِّس أو مع تلاميذ له؛ ومن ثَمَّ، فإنه ينبغي لنا أن نفكِّر فيه، ليس كشخصية صامتة تكتب كُتُبَها سرًّا، ولكن كمُواطِن في مدينةٍ حظِيَ فيها التعلُّمُ والتبادُلُ الفكري العقلاني بالاحترام والتقدير.

وحتى فيرما، الذي ظلَّ في تولوز منشغلًا بوظيفته السياسية الصارمة التي تستغرق كلَّ ساعات يومه، لم يكن منعزلًا تمامًا كما قد يبدو للوهلة الأولى. أحد أصدقائه من أيام دراسته المبكرة في بوردو كان إيتين دي إسباجنيه، الذي كان والدُه صديقًا لقانونيٍّ ورياضيٍّ فرنسيٍّ هو فرانسوا فيت؛ كانت أعمال فيت فذَّةً في نواحٍ أخرى، لكنْ كان لها تأثيرٌ عميق على تقدُّم فيرما كرياضيٍّ. هناك صديق آخَر، ومستشار زميل في تولوز، هو بيير دي كاركافي، الذي عندما انتقَلَ إلى باريس في عام ١٦٣٦ اصطحَبَ معه أخبارَ فيرما ومكتشفاته، ومن خلال كاركافي أصبح فيرما معروفًا لدى مارين ميرسين، ومن خلال

ميرسين تَراسَل مع روبيرفال، الذي ربما كان أفضل رياضي في باريس، وكذلك مع ديكارت في هولندا. وفيما بعدُ أرسَلَ بعضَ مكتشفاته، التي ظهرت عند دراسته أعمالَ ديوفانتس، إلى بليز باسكال في روان، وإلى جون واليس في أكسفورد. وهكذا فإنه حتى فيرما، البعيد عن مراكز التعليم المهمة، ارتبط بشبكة اتصالات امتدَّتْ عبر أوروبا، وبمجتمعٍ افتراضيٍّ من العلماء، سُمِّي فيما بعدُ «جمهورية الخطابات».

عند الحديث عن وايلز يكون أسهلَ كثيرًا أن نرى زيف قصة «العبقري المنعزل»؛ فقد تَعلَّم وايلز في أكسفورد وكامبريدج، وعمل فيما بعدُ في هارفرد، وبون، وبرينستون، وباريس، وفيها جميعًا كان جزءًا من مجتمعات رياضية مزدهرة. وقد الْتقط الدليلَ الرياضي، الذي ربما يكون قد وجَّهَ اهتمامَه إلى النظرية الأخيرة، من محادثة عرضية مع رياضي زميل في برينستون، وبعد سنوات خمس عندما كانت به حاجة إلى تقدُّم جديد، حضر مؤتمرًا عالميًّا من أجل الاطِّلاع على أحدث الأفكار عن الموضوع، وعندما كانت به حاجة إلى مساعدة فنية في أحد جوانب البرهان المهمة، تخلَّى عن سريته لزميلٍ — هو نيك كاتز — واشتقَّ المادةَ المطلوبة في مقرَّر محاضراتٍ للدراسات العليا، على الرغم من أنها فقدت كلَّ الحضور خلا كاتز، وقبل أسبوعين من تقديم البرهان كاملًا علانيةً في ثلاث محاضرات في كامبريدج بإنجلترا، سأل زميله باري مازور أن يختبره، واختبر البرهانَ ستةٌ آخَرون، وعندما اكتشف خطأً دَعَا وايلز أحدَ تلاميذه السابقين؛ ريتشارد تايلور، لمساعدته في إصلاحه. علاوةً على هذا، فإن وايلز لم يتوقَّف عن التدريس لطلابه، أو عن حضور الحلقات الدراسية. باختصارٍ، على الرغم من أنه أنفق ساعاتٍ عديدةً في عزلة، فقد كان جزءًا لا يتجزَّأ من مجتمعٍ أتاح له أن يفعل هذا؛ مجتمع هبَّ لمساعدته عندما كان ذلك مطلوبًا.

تثير سنوات عزلة وايلز الخيالَ، ليس لأن هذه السنوات شيء طبيعي للرياضي، ولكن لأنها كانت استثناءً. إن الرياضيات نشاط اجتماعي بالأساس على كل المستويات، وكلُّ أقسام الرياضيات في العالم تحتوي على أماكن للتحادُث — سواء أكانت مظلات في حدائق أم غرفًا عامة — وعادةً ما تحتوي على بعض أنواع أسطح الكتابة، حتى يستطيع الرياضيون أن يفكروا معًا وهم يشربون الشاي والقهوة. نادرًا ما يكتب طلاب اللغة أو التاريخ مقالاتهم على نحو مشترك، وهم لا يُشجَّعون على فعل هذا، لكن طلاب الرياضيات كثيرًا ما يفعلون ذلك، ويكون عملهم مُثمِرًا؛ إذ يعلِّم بعضهم بعضًا ويتعلَّم بعضهم من بعض. وعلى الرغم من كل ما أُحرِز مِن تقدُّم في الوسائل التكنولوجية الحديثة، فإن

الرياضيات ما زال تعلُّمها لا يجري بالأساس من الكتب، بقدرِ ما يجري من أناس آخَرين، عن طريق المحاضرات والحلقات الدراسية وفصول الدراسة.

تاريخ الأحجار المتفرقة

في قصة نظرية فيرما الأخيرة المذكورة أعلاه، ظهر فيثاغورس وديوفانتس وفيرما ووايلز، ليسوا فقط كأشخاص منعزلين في حياتهم الخاصة، بل كذلك كأشخاص منعزلين بعضهم عن بعض، وكأنهم أحجار متفرقة تبرز على صفحة نهر عديم الملامح. وإذا كانت صورة البرج العاجي للتاريخ تعزل الرياضيين عن مجموعاتهم الاجتماعية ومجتمعاتهم، فإن صورة الأحجار المتفرقة تعزلهم عن ماضيهم. ولأن الماضي يفترض أنه موضوع من موضوعات التاريخ، فإن تجاهُل أجزاءٍ ضخمة منه بهذه الكيفية يبدو غريبًا، ولكنَّ عددًا مدهشًا من التواريخ الرياضية العامة يُقدَّم على صورة أحجار متفرقة.

والآن دَعْنا نختبر قصتنا، وفجواتها، مرةً أخرى بدقة أكثر قليلًا. كما كان فيثاغورس وديوفانتس شخصين مبهمين، فكذلك كان الزمن الفاصل بينهما؛ فربما لم يسمع ديوفانتس عن فيثاغورس قطُّ، لكن من المؤكَّد أنه عرف «نظرية فيثاغورس»، ليس من خلال أية كتابات لفيثاغورس، وإنما من أعمال إقليدس، الذي عاش نحو عام ٢٥٠ قبل الميلاد. وبغض الطرف عن هذا التاريخ التقريبي، فإننا لا نعلم عن إقليدس أكثر مما نعلمه عن ديوفانتس الذي جاء بعده بقرون قليلة، لكن عمل إقليدس الرئيسي «العناصر» صار المرجع الدراسي الأساسي لأطول مدة زمنية؛ إذ ظلَّ يُستخدَم في تدريس الهندسة في المدارس حتى مرور سنوات عدة من القرن العشرين. و«العناصر» تجميعٌ شامل للهندسة في زمن إقليدس، وقد نُظمَت فيه النظريات بترتيب منطقي معيَّنٍ، وأُثبِتَت فيه النظريةُ قبل الأخيرة في الكتاب الأول — «نظرية فيثاغورس» — بعناية من خلال إنشاء هندسي. قد يفترض المرء أن ديوفانتس اطَّلَع في الإسكندرية على كتاب «العناصر»، ومن الممكن أن تكون «نظرية فيثاغورس» قد جعلَتْه يفكِّر في ثلاثيات فيثاغورس؛ لكن من الممكن بالقدر نفسه أن يكون الإلهامُ قد جاء إليه من مصادر أخرى، لا نعلم عنها شيئًا.

إن إضافة التفاصيل الخاصة بالقرون القليلة الأولى بين ديوفانتس وفيرما أصعب من تلك السابقة على ديوفانتس، حتى من قبيل التخيُّل. نحن نعلم أن كتاب ديوفانتس «الحساب» كُتِب أولًا في ثلاثة عشر مجلدًا، ولكن الستة الأولى فقط هي التي ظلَّتْ باقيةً بالإغريقية، ونحن لا نعلم كيف حدث هذا ولا لماذا (اكتُشِفت في إيران عام ١٩٦٨

مخطوطةٌ باللغة العربية، يُقال إنها ترجمة للمجلدات من الرابع إلى السابع، لكن لم يتفق العلماء حول إلى أيِّ درجةٍ من الدقة تمثِّل الترجمةُ النصَّ الأصلي). لحسن الحظ، هذه المجلدات الستة قد حُفِظت للمتكلِّمين بالإغريقية في بيزنطة (القسطنطينية فيما بعدُ، والآن إسطنبول)، وفي النهاية جُلِبَت نُسَخٌ منها إلى أوروبا الغربية. وكما سنناقش فيما بعدُ في الفصل السادس، فإن باحثًا ألمانيًّا يُعرَف باسم ريجيومونتانوس رأى واحدةً منها في فينيسيا عام ١٤٦٢، واعتقد أنها تحتوي أصولَ الموضوع الأجنبي المعروف لدى الأوروبيين باسم «الجبر». وبعد قرن من الزمان درس المهندس والمتخصِّص في علم الجبر الإيطالي رافائيل بومبلي مخطوطةَ «الحساب» في الفاتيكان، وأوقَفَ العمل على كتابه في الجبر حتى يضمَّ إليه مسائلَ ديوفانتس، وقد نُشِرت النسخة المطبوعة الأولى في بازل في عام ١٥٧٥ باللاتينية، وترجمها وحرَّرها فيلهلم هولتزمان (زيلاندر)، باحث العلوم الإنسانية، الذي وصَفَ العملَ بأنه «منقطع النظير، يحتوي على الكمال الحقيقي للحساب.» واستمرت مسائل ديوفانتس تأسِر أَلْبابَ أولئك الذين اطَّلَعوا عليها، وظهرت عام ١٦٢١ طبعة لاتينية جديدة من كتاب «الحساب»، أنتجها كلود جاسبارد باشي دي ميزيرياك في باريس؛ وهذه كانت النسخة التي امتلكها فيرما وذيَّلها بالحواشي.

ليس من الصعب جدًّا ملء التفاصيل في الفترة ما بين فيرما ووايلز. نشر صامويل فيرما في عام ١٦٧٠ نظريته الأخيرة، ويبدو أنها لم تجتذب أية محاولات جدية في القرن السابع عشر، ولكنها جذبت انتباه ليونهارت أويلر في القرن الثامن عشر؛ الرياضي الأغزر إنتاجًا والأكثر مهارةً بين الرياضيين في تلك الفترة، الذي قدَّمَ معالجات لبعض حالاتها البسيطة. وفي عام ١٨١٦ قدَّمَتْ أكاديمية باريس للعلوم جائزةً للحل؛ وقد ألهَمَ هذا جهودَ صوفي جرمين، التي حقَّقَتْ بعض النجاح في حالات معينة منها، وقد استعان آخَرون بعملها وأضافوا عليه. وفوق ذلك، اتسعت المعرفة تدريجيًّا بالمسألة، وعلى مدار سنوات جذبت مئات الحلول — إن لم تكن آلافًا — المُدَّعَاة من المحترفين والهواة على حدٍّ سواء. كان معظم هذه المحاولات خاطئًا وعديم الفائدة، لكن قليلًا منها أدَّى بحق إلى اكتشافات رياضية مهمة، من شأن وايلز أن يكون قد ألمَّ بها. وعندما باشَرَ وايلز في النهاية عملَه على برهانه، فإنه استخدم بعض أعمق رياضيات القرن العشرين، التي عُرِف عنها عندئذٍ أن لها علاقة بنظرية فيرما الأخيرة؛ حدسية تانياما-شيمورا، التي قدَّمها رياضيان يابانيان في خمسينيات القرن العشرين، وطريقة كوليفاجن-فلاخ التي قدَّمَها الروسي فيكتور كوليفاجن والألماني ماتياس فلاخ في ثمانينيات القرن العشرين. لاحِظْ

مرةً أخرى نزوعَ الرياضيين إلى كتابة أسماء أسلافهم في السجل التاريخي، ولاحِظْ أيضًا الشبكةَ المركَّبة للتفاعلات التاريخية الموجودة وراء نظرية مفردة.

بصفة عامة، كما رجعنا إلى الوراء أكثر، كانت الصعوبة أكبر في تبيُّن الأرض بين الأحجار المتفرقة؛ ذلك لأن معظم الأدلة قد اختفى منذ زمن بعيد. ولكن من دون المحاولة ليس هناك تاريخ، بل هناك فقط سلسلة من الحكايات التي يظل معظم التاريخ الشعبي للرياضيات غالبًا مبنيًّا عليها.

تاريخ الصفوة

على الرغم من أننا لا نعرف شيئًا تقريبًا عن حياة إقليدس أو ديوفانتس، فإننا يمكننا الحديث بشيء من الثقة عن بعض الأشياء القليلة بخصوصهما؛ فكلاهما تَعلَّمَ تعليمًا جيدًا، وأمكنه أن يكتب بالإغريقية بطلاقة، وهي لغة أهل الفكر في بلاد شرقي البحر المتوسط، وكلاهما كان له كتابات مبكرة في الرياضيات، وكلاهما كان قادرًا على فهم وتنظيم وتوسعة حدود رياضيات زمانه، والرياضيات التي كتباها لم تكن لها قيمة عملية، ولكنها كانت محاولات عقلانية فكرية مجردة. إن عدد الرجال الذين انشغلوا بالرياضيات لم يكن عددًا كبيرًا قطُّ، حتى في مدينةٍ مثل الإسكندرية. وفي الحقيقة، كان عددهم في أي وقتٍ وفي أي مكانٍ من عالم المتكلمين بالإغريقية لا يزيد عن قلة قليلة. بعبارة أخرى، كان كلٌّ من إقليدس وديوفانتس ينتمي إلى صفوة رياضية بالغة الصِّغَر.

يُظهِر لنا بعض التفكير السريع أن الرياضيات كان حاضرة بصورة أكبر مما تمَّ تدوينه؛ فالمجتمع الإغريقي، شأنه شأن سائر المجتمعات، كان فيه أصحاب متاجر، ومدبرات منازل، ومزارعون، وبنَّاءون، وآخَرون كثيرون يستخدمون القياسَ والحسابَ بصورة روتينية في حياتهم. إننا لا نعلم شيئًا تقريبًا عن أساليبهم؛ لأن مثل هؤلاء الناس لا بد أنهم تعلَّموا، وعلَّموا معظم ما تعلَّموه، بالمحاكاة وعلى نحوٍ شفهي؛ إنهم حتى لم يكونوا منظَّمين في مدارس أو طوائف، على الرغم من أننا نعرف مجموعةً منهم كانت تُسمَّى «هاربيدونابتاي»، أو «مادُّوا الحبال». بطبيعتها، لم تُخلِّف الرياضياتُ التي مارَسُوها إلا قلةً من الآثار؛ فمجموعات الأزرار، أو العلامات المحفورة في الخشب أو في الحجر أو على الرمل؛ كانت تُطرَح بمجرد أن تصير عديمة الجدوى، وبالتأكيد فإنها لم تكن لتُحفَظ في مكتبات. وعلى أية حال، كانت هذه الأنشطة تجري على يد أناسٍ في مستوًى اجتماعي متدنٍّ نسبيًّا، ولم تكن لها أهمية كبيرة، في نظر أصحاب الفكر الأكاديمي.

عندما يتكلَّم مؤرخو الرياضيات عن «رياضيات الإغريق»، كما يفعلون كثيرًا، فإنهم دائمًا ما يتكلمون عن الكتابات الممتعة عقليًّا التي أتَتْ إلينا من إقليدس وأرشميدس وديوفانتس وآخرين، وليس عن الرياضيات العامة، أو رياضيات الحدائق. وحديثًا، بدأ هذا في التغيُّر؛ إذ بدأ مؤرخو الرياضيات في الاعتراف بأن صفوة رياضيات الإغريق قد استمدت جذورَها من الرياضياتِ العملية، ورياضياتِ الحياة اليومية في بلاد شرقي البحر المتوسط، حتى إذا كان الكتَّاب المتأخِّرون قد أبعدوا أنفسهم عن هذه الجذور بتطوير نوعٍ من الرياضيات أكثر شكليةً، و«عديم» الفائدة.

ثمة شيء آخَر يجب أن يُؤخَذ بحذر عند التعامل مع المصطلح الجذَّاب «رياضيات الإغريق». لقد عاش ديوفانتس في الإسكندرية بمصر، وعاش أرشميدس في جزيرة صقلية، أما أبولونيوس، وهو رياضي آخَر من كبار الرياضيين «الإغريق»، فقد عاش في برجا الموجودة في تركيا الآن. بعبارة أخرى، على الرغم من أنهم جميعًا كتبوا بالإغريقية، فإنه لم يأتِ واحدٌ منهم من الأرض التي نعرفها الآن باسم اليونان، بل إن ديوفانتس ربما وُلِد ونشأ في القارة الأفريقية؛ وعلى الرغم من ذلك، فإن «رياضيات الإغريق» التي وُقِّرت وبُجِّلت كثيرًا من جانب أوروبيِّي عصر النهضة، قُدِّمت على أنها «أوروبية» أساسًا. إن هراء دمج الإسكندرية في أوروبا يبدو ظاهرًا بجلاء عندما نفكِّر فيما حدث من استبعادٍ لإسبانيا، في الطرف المقابل من القارة. لقد أصبحت إسبانيا تحت الحكم الإسلامي في بدايات القرن الثامن؛ ومن ثَمَّ فقد استمتعت بالثقافة والتعاليم الثرية للعالم الإسلامي؛ ومع ذلك فإن المرء يقرأ كثيرًا أن فيبوناتشي — الذي كان يكتب في بيزا بإيطاليا في القرن الثالث عشر — هو مَن أدخَلَ الأعداد العربية إلى أوروبا، وكأنَّ استخدامها في إسبانيا لمدة قرنين قبل ذلك التاريخ ليس له حساب، كما لو كانت إسبانيا بطريقة أو بأخرى ليست جزءًا أصيلًا من أوروبا. إن مَن يناصرون فكرةَ رياضيات الصفوة مالوا ميلًا طبيعيًّا إلى أن يُدْرِجوا في تاريخهم أيَّ شيء من شأنه أن يمنحهم السلطةَ والاحترامَ، بغضِّ النظر عمَّا إذا كان ذلك يخالف الحقائق الراسخة أم لا.

أينما مُورِسَت الرياضيات، فمن المرجح أن نجد عددًا قليلًا من الممارسين المتقدمين الجديرين بالتقدير، ولكنَّ هناك آخَرين كثيرين لن تدخل أسماؤهم في أي كتابِ تاريخٍ أبدًا. وإذا أعَدْنا دراسةَ الوضع في زمن فيرما، فلن نجد اختلافًا كبيرًا. في حياته، كانت فرنسا ثريةً على نحوٍ استثنائي بالنشاط العلمي الراقي؛ ويمكن للمرء أن يفكِّر في ثلاثة أو أربعة باريسيين كانوا يتواصلون بغير انقطاعٍ مع فيرما؛ وعلى سبيل التقدير السخي،

ربما كان هناك عددٌ مماثل في هولندا وإيطاليا معًا، وربما شخص واحد أو شخصان في إنجلترا، ولكن ليس أكثر من ذلك. لكن النشاط الرياضي كان منتشرًا أكثر من المتوقَّع في المستوى الاجتماعي الأكثر تواضُعًا. وقد أظهر البحث الإلكتروني الحديث للمواد المرقمنة أن حوالي ربع الكتب المنشورة في إنجلترا في القرنين السادس عشر والسابع عشر، قد ذَكرت الرياضيات بطريقةٍ أو بأخرى، ولو حتى بصورة عرضية. علاوةً على هذا، كانت هناك زيادة مطَّردة في الكتب الموجَّهَة للتجار والحرفيين الراغبين في اكتساب المهارات الرياضية الأساسية.

قبل أن نختتم هذا الفصل دعونا نُلْقِ نظرةً بتفصيل أكثر قليلًا على أحد هذه الكتب؛ فما من سبيل لاكتشاف تاريخ الرياضيات أفضل من التنقيب في المصادر الأصلية. نُشِر كتاب «الطريق إلى المعرفة» في إنجلترا لمؤلفه روبرت ريكورد في عام ١٥٥١، قبل نحوٍ من خمسين عامًا من ميلاد فيرما. عمل ريكورد جزءًا كبيرًا من حياته طبيبًا، وفي عام ١٥٤٩ عُيِّن مراقِبًا لدار سَكِّ العملة في بريستول، وبعد عامين عُيِّن مراقِبًا لمناجم الفضة في أيرلندا. لسوء الحظ، دخل في عداوات سياسية في هذه الفترة، وانتهى به الحال في سجن محكمة الملك في لندن؛ حيث مات عام ١٥٥٨ عن ثمانية وأربعين عامًا؛ لكنه خلال ذلك الوقت نشَرَ معظمَ أعماله الرياضية، التي يُذكَر بها الآن. لقد تَعلَّمَ ريكورد اللاتينية والإغريقية بطلاقة في أكسفورد وكامبريدج، لكنه أَقْدَمَ على قرار جريء يتمثَّل في كتابة موضوعاته الرياضية بالإنجليزية؛ وعلى وجه الخصوص، كان يهدف إلى جعل رياضيات إقليدس، وهو واحد من صفوة الرياضيين، في متناول الرجل العادي. لم يكن هذا عملًا سهلًا؛ ومن أسباب ذلك أن معظم العاملين الإنجليز على الرغم من أنهم كانوا خبراء في الخطوط العمودية والمساطر، فإنهم لم يسمعوا قطُّ عن هذا الموضوع الشكلي المسمَّى «الهندسة»، كما كان هناك سببٌ آخَر، هو أنه ببساطة لم تكن هناك كلمات إنجليزية لتعبيرات تقنية مثل «متوازي أضلاع»، أو «قطاع». وقد انكبَّ ريكورد على حلِّ كلتا المشكلتين بالتخيُّل والمهارة.

في مقدمة الكتاب الطويلة، وَصَفَ ريكورد طبقاتِ الرجال الذين تُعَدُّ الهندسةُ بالنسبة إليهم «ضروريةً جدًّا»، بدايةً من أولئك المنتمين إلى الطبقات الاجتماعية المتواضعة فصاعدًا. في القاع كان هناك «النوع غير المتعلِّم» الذي يعمل في الأرض، وحتى هؤلاء الرجال ذهب ريكورد إلى أنهم يستخدمون فَهْمَهم الغريزي الفطري للهندسة، وإلا لَانهارت قنواتهم، ولَتداعَتْ أكوامُ قشهم. تَحرَّكَ ريكورد إلى أعلى، إلى طبقة أصحاب الحِرَف، وأورد

قائمة طويلة شعرًا لأولئك الذين تُعَدُّ الهندسةُ بالنسبة إليهم ضروريةً؛ كالتجار والملَّاحين والنجارين والنحاتين والنقاشين واللحامين والبنَّائين والرسامين والخياطين والإسكافيين والنسَّاجين وغيرهم، مختتِمًا بقوله:

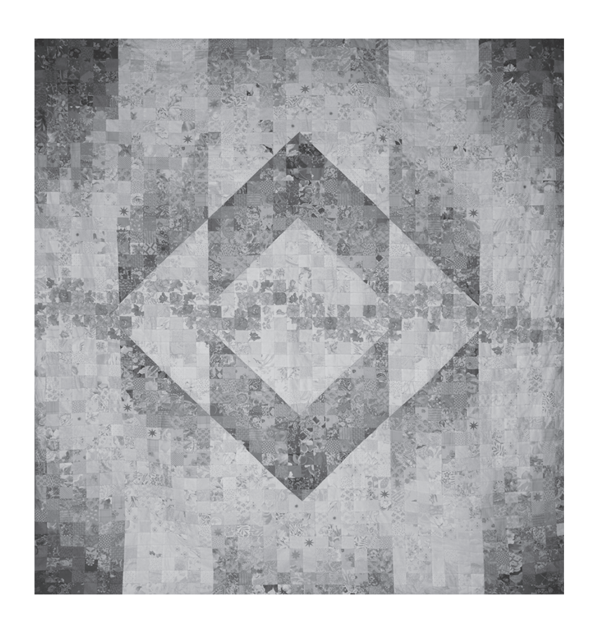
لم يكن هناك فن بمثل هذا الذكاء البارع،
ضروري للرجل مثل هذه الهندسة السليمة.

اعتبر ريكورد أيضًا الهندسة لا غنى عنها في مِهَن مثل الطب واللاهوت والقانون، على الرغم من أن حججه كانت أقرب إلى الاصطناع وأقل إقناعًا، كلما ارتقى السلم الاجتماعي.

كان تعاطُف ريكورد مع رجل الشارع على أوضحِ ما يكون، عندما يباشِر هو الهندسة ذاتها؛ فشرحُه نموذجٌ جيد لأصول التدريس، معبر عنه بلغة واضحة بصحبة أعداد كبيرة من الأمثلة والرسوم المساعدة. في موضع متقدِّم جدًّا درَّس ريكورد مسطرةَ وفرجارَ إقليدس لإنشاء زاوية قائمة؛ لكن في حالةِ إذا كان هذا صعبًا للغاية، كان له اقتراح بديل: ارسمْ خطًّا وضَعْ عليه علامات: ثلاث وحدات، وأربعًا، وخمسًا على الترتيب، ثم استخدِمْ هذه الأطوال لإنشاء مثلث، وستكون الزاويةُ بين الضلعين الأقصرين هي الزاوية القائمة. هذا ليس إنشاءً إقليديًّا كلاسيكيًّا، بل هو طريقة لرجل عملي؛ لمادِّي الحبال.

في القرن الحادي والعشرين، يمكننا عمل قائمة أطول كثيرًا من تلك التي أوردها ريكورد لهؤلاء الذين يستخدمون الرياضيات في حياتهم اليومية؛ في المدرسة، أو في المنزل، أو في محل العمل. إنني أفكِّر في أمر والدتي إيرين، البالغة من العمر تسعة وثمانين عامًا ولا تثق في البنوك ولا في أجهزة الكمبيوتر، ولكنها تسجِّل كلَّ بنس من إنفاقها المنزلي في مفكرات معتنًى بها؛ أو أفكِّر في صديقتي تاتيانا، التي أخبرتني مرارًا كيف أنها لا تجيد الرياضيات، ولكنها تصنع لحافات مصمَّمة تصميمًا معقَّدًا (انظر الشكل ١-١). يمكنها بالتأكيد أن تصنع مثلثات قائمة الزاوية، وفي الحقيقة، إن موهبتها الفطرية في الترصيع بالفسيفساء والنسب، ربما تؤهِّلها لأنْ تكون ممثلةً عصرية لطائفةِ مادِّي الحبال.

لا يوجد مكان في تاريخ الصفوة لإيرين أو تاتيانا؛ فالنساء على وجه الخصوص ينبغي لهنَّ أن يرتفعن على الأقل إلى مستوى صوفي جرمين قبل أن يُؤخَذن بجدية. ومع هذا، فإنه من دون الناس الذين يمارسون الرياضيات ويدرسونها في كل مستوًى، فإن الصفوة لا يمكنها أن تزدهر. وخلف المراكز التي يحتلها وايلز أو فيرما أو ديوفانتس،



شكل ١-١: «تلوين مائي» من صُنع تاتيانا تيكل بيبي، التي تُقِرُّ بأنها لا تجيد الرياضيات.

تمتد مناطق خلفية فسيحة من النشاط الرياضي لم تستكشفها التواريخ العامة لهذا الموضوع إلا قليلًا. وجزء من أهداف هذا الكتاب هو أن يعيد الاتزان ويعيد الرياضيات إلى رجال الشارع، ونسائه وأطفاله، وأن يعيد النظر إلى تاريخ الرياضيات من وجهة نظر جديدة إلى حدٍّ ما.

الفصل الثاني

ما الرياضيات؟ ومَن الرياضي؟

في الفصل السابق، افترضتُ أن القرَّاء قد ينظرون إلى «الرياضيات» بوصفها تلك الموضوعات التي يدرسونها في المدرسة تحت هذا العنوان، وإلى «الرياضيين» بوصفهم أولئك الناس الذين يستمرون في دراسة الرياضيات حتى حياتهم كبالغين؛ لكنَّ التاريخ يتطلَّب منَّا أن نفكر في كلا المصطلحين بعناية أكثر. الخبرة أيضًا تتطلب هذا؛ فعندما أجد نفسي كمُعلِّمة في مدرسة، أقدِّم في يوم واحد درسًا عن النِّسَب المئوية، ونظريات الدائرة، وحساب التفاضل، أجد نفسي مضطرةً إلى أن أسأل نفسي: كيف يجتمع هذا النطاق العريض من الموضوعات غير المتشابهة تحت عنوان وحيد هو «الرياضيات»؟ من المحتمل أن يتفق معظم الناس مع العبارة العامة التي تقضي بأن الرياضيات مبنية على خصائص المكان والأعداد، ولكنْ كيف ينظرون عندئذٍ إلى ألغاز السودوكو الشعبية؟ هل هي من المساعي الرياضية أم لا؟ لقد سمعتُ رياضيين خبراء يؤكِّدون أنها كذلك، وآخَرين يؤكِّدون — بقدرٍ متساوٍ من القوة — أنها ليست كذلك.

دَعْنا نَعُدْ إلى البداية. إن الكلمة الإغريقية mathemata تعني ببساطة «ما جرى تعلُّمه»، أحيانًا بطريقة عامة، وفي أزمنة أخرى ارتبطت على نحوٍ أكثر تحديدًا بعلم الفلك أو الحساب أو الموسيقى. من هذه الكلمة الإغريقية اشتُقَّتِ الكلمة الحديثة mathematics وشبيهاتها في اللغات الأوروبية الأخرى، إلا أن معاني الكلمة شهدت تغيُّرات متعددة عبر القرون، كما سنرى باختصار. هذا من منظور وجهة النظر الأوروبية فحسب؛ وإذا عدنا القهقرى ألفًا أو ألفين من السنين، قبل أن تصير الثقافة الأوروبية مسيطرةً، فهل نستطيع أن نجد كلمات مكافئة لكلمتنا «رياضيات» في الصينية، أو التاميلية، أو المايانية أو العربية؟ إذا كان الأمر كذلك، فما الكتابات والأنشطة التي غطَّتْها هذه الكلمة؟ لبحث هذا السؤال جيدًا نحتاج إلى عمل جيش من العلماء يستغرق منهم حياتهم كلها، ولكن

هنا — كما في كل مكان آخَر من هذا الكتاب — سيكون من المفيد الاستعانة ببعض الأمثلة من أجل توضيح الأسئلة التي بحاجةٍ إلى طرحها، ونوع الإجابات التي يمكن أن تظهر.

تتبُّع بعض معاني كلمة «سوان»

من التواريخ التي وضعها موظفو الحكومة الصينية للفترة السابقة على عام ٢٩٠ قبل الميلاد قليلًا وحتى عام ٢٠٠ بعد الميلاد (حقبتَيْ شين وهان)، من الممكن أن نكتشف أسماءَ ما يزيد قليلًا عن ٢٠ شخصًا، قيل عنهم إنهم يتَّسمون بالبراعة في بعض جوانب الـ «سوان» suàn. حين تُستخدَم هذه الكلمة كَاسْمٍ، فإنها يمكن أن تعني مجموعةً من القضبان القصيرة، المصنوعة من الخشب أو المعدن أو العاج، الموضوعة على سطحٍ مستوٍ لتسجيل الأعداد في حساب، ويمكن أيضًا أن تُستخدَم كفعلٍ يصف عمليةَ استخدامِ القضبان. هنا إذن دليلٌ على نشاط رياضي، ولكننا ما زلنا لا نعلم كثيرًا جدًّا ما لم نكتشف أي نوعٍ من الحسابات تلك التي كانت تُنفَّذ.

لكثير من أصحاب المهن المذكورين في السجلات الرسمية، يبدو أن «سوان» كانت مرتبطة عن كثب بالنُّظُم الفلكية أو التقويمية، المعروفة باسْم «لي» li. لقد استخدمت كلُّ مجتمعاتِ ما قبل العصر الحديث أوضاعَ الشمس والقمر والكواكب لتعيين الأزمنة الملائمة وتواريخ الشعائر الدينية أو زراعة المحاصيل، وهكذا كان مَن يستطيعون أن يتكهنوا تكهُّنًا صحيحًا بالبيانات الفلكية، ملازمين للحكام وللحكومات. وهكذا ارتبط كلٌّ من «سوان» و«لي» على نحوٍ متكرر في تواريخ الصين الإمبراطورية المبكرة. لكن تُظهِر السجلات نفسها أيضًا أن «سوان» كانت وثيقةَ الصلة بأمور أرضية كثيرة، مثل حساب الريح وتوزيع الموارد.

في السنوات الأولى من ثمانينيات القرن العشرين اكتُشِف مصدر تاريخي جديد يخصُّ فترة ما حول عام ٢٠٠ قبل الميلاد، وهو يُلقِي مزيدًا من الضوء على فائدة الـ «سوان» في ذلك الوقت. النصُّ معروفٌ باسْمِ «سوان شو شو» suàn shù shū، وهو تصوير منقوش على ١٩٠ قضيبًا من الخيزران، يبلغ طول كل واحد منها حوالي ٣٠ سنتيمترًا، كانت في الأصل متصلة بعضها ببعض بواسطة خيط معقود، بحيث يمكن أن تُلَفَّ مكوِّنةً ما يشبه الحصيرة. الكلمة الأخيرة shū تعني «كتابات» أو أحيانًا «كتاب»،

أما الكلمة الوسطى shù فيمكن ترجمتها على نحوٍ فضفاض إلى «عدد»؛ لكنَّ الأكثر ملاءمةً لأغراضنا هو معنى التركيب ككلٍّ. يحتوي النص على نحو ٧٠ مسألة مع إرشاداتٍ لحلِّها، وهذه تتضمن ضرْبَ الأعداد الصحيحة والكسور، وتقسيمَ الأرباح تبعًا للمبالغ التي ساهَمَ بها المشاركون المختلفون، والسماحَ بفاقد في إنتاج السلع، وحسابَ التكلفة الكلية من قيمة الكمية المعطاة، وحسابَ الضريبة، وإيجار كميات المقادير المختلفة داخل خليط، وتحويلَ كمية من المواد الخام إلى عدد من المنتجات النهائية، وفحْصَ الأزمنة المستهلكة في رحلة، وحسابَ الحجوم والمساحات، وتحويلَ الوحدات.

وهكذا فإن الجزء الأكبر من مسائل نَصِّ «سوان شو شو» مبنيٌّ على الأنشطة والمعاملات اليومية. وهو مكتوب بأسلوب مباشِر تمامًا؛ فلكلِّ مسألة يضع الكاتبُ «السؤالَ» و«النتيجةَ» و«الطريقةَ». إليك مثالين على «مسائل الرسوم الجمركية» من الفصل الثاني:

> يمر ثعلبٌ وقطٌّ بري وكلبٌ خلال مخفر رسوم جمركية، وقد قُدِّرت الرسوم الجمركية بـ ١١٤ عملة نقدية. يقول الكلب للقطِّ البري، ويقول القط البري للثعلب: «قيمةُ جلدك تساوي ضِعْفَ قيمة جلدي، يجب أن تدفع ضريبةً ضعفَ ما أدفع!» السؤال: كم يكون المبلغ المدفوع في كل حالة؟ النتيجة: يدفع الكلب ١٥ و$\frac{٦}{٧}$ عملة، ويدفع القط البري ٣١ عملة، ويدفع الثعلب ٦٣ عملة وثلاثة أجزاء من العملة. الطريقة: دَعْ كلَّ واحد منها يدفع ضِعْفَ الآخَر، وضمها في ٧ لحساب القسمة، واضرب كلًّا منها بقيمة الرسوم لحساب حصة كل واحد، واحصل [في كل مرة] على الحصة الملائمة للقسمة.

ومن الأمثلة الأكثر عمليةً:

> يحمل رجل حبوبًا مقشرة — لا نعلم مقدارها — ويمر على ثلاثة مخافر جمركية؛ يأخذ كلُّ مخفر رسمًا مقداره ١ من كل ٣، بعد المغادرة كان لديه ١ «دو» من الحبوب المقشرة. السؤال: كم أحضَرَ من الحبوب المقشرة في البداية؟ النتيجة: أحضر من الحبوب المقشرة ٣ «دو» و$\frac{٣}{٤}$ «شينج». الطريقة: ابدأ بالرقم ١ ثم ضاعِفْه ثلاثَ مرات لحساب القاسم. مرةً أخرى ضَعْ ١ «دو» من الحبوب المقشرة وضاعِفْه ثلاث مرات، ثم ضاعِفْه ثلاث مرات مجددًا، ثم [اضرب] في عدد مرات المرور لحساب الحصة.

الإجابتان صحيحتان، لكن وصفي «الطريقة» ليس واضحًا جدًّا، ومن المحتمل أن المقصود منهما كان التوضيح الشفهي بالأساس. إن التعليمات المعطاة خاصةٌ بالأعداد المذكورة في السؤال المطروح فقط، لكن أي قارئ متمرِّن سيكون قادرًا على تكييفها لأية مسألة مشابهة؛ بمعنى أن المسألتين تزوِّدانه بتقنية عامة. ومع ذلك، مِن غير المتوقَّع في النصِّ أن يكون القارئ قادرًا على فهم المنطق الكامن خلف الطريقة، فقط يُفترَض به أن يكون قادرًا على تطبيقها.

تظهر مسائل مشابهة أخرى في نَصٍّ متأخِّر بعنوان «جيو زانج سوان شو»، بمعنى كتابات عن «سوان شو»، في تسعة فصول، والمعروف عمومًا في الإنجليزية باسم «الفصول التسعة». تُظهِر التواريخ الرسمية أن النَّصَّ استُخدِم في بداية القرن الثاني بعد الميلاد، لكن شأن كتاب «العناصر» لإقليدس الذي وُضِع قبل ذلك بثلاثة أو أربعة قرون، فإننا لا نملك أية معلومات عن المؤلف، أو عن عملية إنشاء «الفصول التسعة»، أو عن النص الأصلي. إن النسخة الوحيدة التي وصلتنا هي تلك التي مَنَحَنا إيَّاها ليو هوي عام ٢٦٣ بعد الميلاد. وحتى نَسْخ ونَشْر محتويات «سوان شو شو» في عام ٢٠٠٠، فإن «الفصول التسعة» كانت أقدم نَصٍّ شامل مكرَّس لشرح الـ «سوان»؛ ولهذا فإن اكتشاف «سوان شو شو» لم يمكِّنْنا من إجراء مقارنات نصية مهمة فحسب، بل قدَّمَ للمؤرخين معلوماتٍ أعمقَ كثيرًا عن استعمالات وفوائد الـ «سوان» في السنوات المبكرة للصين الإمبراطورية.

واضح حتى من هذا السرد الموجز أن كلمة «سوان» لم تكن مرتبطةً بأي موضوع أساسي يمكن أن تضمَّه الكلمةُ المفردة «رياضيات». بدلًا من ذلك، فإنها كانت تشير إلى تقنيات ومهارات يمكن أن تُستخدَم في نطاقٍ من السياقات؛ من تطبيقات الـ «لي»، إلى الحسابات الفلكية المطلوبة في البلاط، إلى حسابات الـ «سوان شو» الأكثر عمليةً. والآن إذا تحوَّلْنا إلى الغرب اللاتيني، فهل يمكننا أن نجد مدًى مشابِهًا للممارسات المرتبطة بكلمة «رياضيات»؟

تتبُّع بعض معاني كلمة «رياضيات»

نحو عام ١٠٠ بعد الميلاد سرد الكاتب الروماني نيقوماخس أربعة أنظمة تتعلَّق بالتعددية والمقدار؛ وهي: الحساب، والموسيقى، والهندسة، والفلك. في نظر نيقوماخس كان الحساب — حساب التعددية (أو الأعداد) — والهندسة (دراسة المقادير)؛ هما الأكثر جوهريةً، بينما كانت الموسيقى تمثِّل علمَ علاقة التعدديات بعضها ببعض، وكان

الفلكُ يعالج المقاديرَ أثناء الحركة. وبعد أربعة قرون وصف الفيلسوف بوثيوس هذه الأنظمة مجتمعةً باسم «الرباعية»، وإلى جانب «ثلاثية» المنطق والنحو والبلاغة، تكوَّنَتِ الفنونُ العقلية السبعة لمنهج الدراسة الأكاديمية في القرون الوسطى. وقد كتب بوثيوس نفسه رسائل عن الحساب والموسيقى دُرست في الجامعات الأوروبية في القرون الوسطى، وتُنسَب بعض الكتابات في الهندسة إليه أيضًا، ولكن مؤلِّفها الحقيقي غير مؤكد؛ إذ إن بوثيوس، مثل فيثاغورس، أصبح إلى حدٍّ ما رمزًا أسطوريًّا، يمكن أن تُنسَب إليه أعمال لاحقة.

يظل الحساب والهندسة في القلب من الرياضيات (فهما نشاطان، كما نتذكَّر، تمارسهما كلٌّ من إيرين وتاتيانا)، ولكن اتخذ الفلك والموسيقى الآن طريقَيْهما المنفصلين. جاء الانفصال في القرن السابع عشر عندما تزايدت صعوبةُ التوفيق بين النظرية الرياضية والممارسة الموسيقية، وعندما ناضَلَ علم الفلك ليحرِّر نفسه من ارتباطه الطويل بالتنجيم، ليصبح موضوعًا جديرًا بالاحترام في حد ذاته.

على أية حال، في عصر النهضة كان تقسيم نيقوماخس الرباعي محدودًا بدرجة كبيرة، جعلته لا يلائم الأنشطة الرياضية الجديدة المتعددة، التي كانت آخِذة في الظهور استجابةً للنمو السريع في الثروة والتجارة والانتقال. وقد وضع جون دي، في مقدمة للترجمة الإنجليزية الأولى لكتاب «العناصر» لإقليدس عام ١٥٧٠، خريطةً عظمى للفنون الرياضية والعلوم (انظر الشكل ٢-١). يظل الحساب والهندسة المكوِّنين الأساسيين، إلا أن الهندسة — التي كانت إلى وقتها مقتصرةً على الإجابة عن الأسئلة: «كَمْ يبعد؟» و«إلى أيِّ ارتفاعٍ أو عمقٍ؟» و«كَمْ عرض؟» — أدَّتْ إلى مولد كلٍّ من «الجغرافيا»، و«وضع الخرائط»، و«الهيدروغرافيا»، ومجالًا يُسمَّى «حساب الطبقات». علاوةً على هذا، هناك قائمة طويلة من الموضوعات التي تُعتبَر «مشتقات» من الحساب والهندسة؛ منها الفلك والموسيقى وأشياء أخرى كثيرة. ستكون لدى القارئ الحديث فكرةٌ ما عمَّا يُسمَّى «الرسم المنظوري» و«الكوزموغرافيا» و«التنجيم» و«الاستاتيكا» و«فن العمارة» و«الملاحة»، ولكن بوصفه قارئًا معاصِرًا، لن يكون على ألفة بفروعٍ مثل «الأنثروبوغرافيا» و«علم خواص الغازات» و«إتقان العلوم التطبيقية» وغيرها من فروع التعلُّم غير الشائعة. وفي الحقيقة، إن غموض مادة الموضوع والتقاسيم الدقيقة تحت العناوين الفرعية والعناوين الفرعية للعناوين الفرعية، تقترح أن تصنيف دي — مثل مخطط نيقوماخس أو بوشيوس الأسهل كثيرًا — كان تمرينًا فلسفيًّا أكثر منه تقسيمًا حقيقيًّا أصيلًا لتطبيقات عملية موجودة.

شكل ٢-١: «الخريطة العظمى» التي وضعها جون دي في مقدمته لكتاب «العناصر» لإقليدس، ١٥٧٠.

كيف لنا إذن أن نعرف على وجه الدقة ممَّ تَكوَّن النشاط الرياضي في أوروبا الغربية خلال القرون ما بين عام ٥٠٠ و١٥٠٠ ميلاديًّا؟ هل يمكننا أن ننفِّذ نوعَ دراسة «الرياضيات» نفسه كما فعلنا في حالة الـ «سوان»، مكتشفين معاني الكلمة عن طريق اختبار سياقات النصوص التي استُخدِمت فيها؟ هناك نصوص كثيرة جدًّا باقية من

أوروبا الغربية، في هذه الفترة، أكثر من تلك التي جاءتنا من الصين الإمبراطورية المعنة في القِدَم؛ لذا يستحيل عمل مسْحٍ كامل لها، ولكن كمعالجة أولى سنفحص تاريخًا رياضيًّا أَلَّفَه العالِم الهولندي يوهان جيرارد فوسيوس، صاحب كتاب «دي ساينتيس ماتيماتيكيس» (الرياضيات العلمية)، الذي نُشِر في أمستردام عام ١٦٤٩، وذلك على النحو الذي يرتبط به بالكتَّاب الإنجليز.

قد يبدو غريبًا أن نرجع إلى عالِمٍ هولندي كي نأخذ معلوماتٍ عن التاريخ الفكري البريطاني، لكن معظم ما أَوْرَده فوسيوس عن المؤلفين البريطانيين كان مبنيًّا على العمل المبكر الذي أجراه دارس الأثريات القديمة البريطاني جون ليلاند. في عام ١٥٣٣، قبل حلِّ الأديرة بقليل، كلَّفَ هنري الثامن ليلاند ببحث المكتبات والكليات في المملكة ووَضْع قائمة بمحتوياتها. وعلى مدار السنتين أو السنوات الثلاث التالية وضَعَ ليلاند قائمةً بمحتويات نحو ١٤٠ مؤسسة دينية، وقد أحزنه كثيرًا التبديدُ اللاحق بها وفقدان الكتب؛ وفي عام ١٥٣٦ اشتكى إلى توماس كرومويل أن «الجرمان يدركون تراخينا وإهمالنا، ويرسلون يوميًّا باحثين شبَّانًا إلى هنا يُتْلِفون المكتبات ويمنعون شبابنا عنها.» لقد قدَّمَ ليلاند آخِر وأكبر تقرير شامل عمَّا احتوته المكتبات، وقد انتوى أن يصنِّف معجمًا عن الكتَّاب البريطانيين، يحتوي على نحو ٦٠٠ مدخل، لكنْ من المحزن أنه أُصِيب بالجنون قبل أن يُكمِله تمامًا. ومع ذلك فإن عمله النفيس قد قدَّرَه مؤرِّخون آخَرون، واعتمد عليه عددٌ كبير من الكتَّاب المتأخِّرين، منهم فوسيوس، بطريقة مباشِرة أو غير مباشِرة.

كان أول كاتب إنجليزي ذكره فوسيوس هو بيد، الذي كتب نحو عام ٧٥٠ بعد الميلاد، وأُدرِج تحت كلٍّ من «الفلك» و«الحساب». إن بيد، الذي أنفق معظم حياته في دير في جارو يقع في شمال غرب إنجلترا، معروفٌ جيدًا كمعلِّق على الإنجيل، وكمؤرِّخ كَنَسي، لكنَّ قليلين الآن قد يَعدُّونه من الفلكيين؛ إلا أن ثمة كتاباتٍ منسوبةً إليه عن القمر ودوراته، وتاريخ عيد الفصح، والكواكب، ودائرة البروج، واستعمال الأسطرلاب، وحساب الاعتدالين الربيعي والخريفي. ربما يكون بعض هذه الكتابات قد نسبه خطأً معلِّقون متأخِّرون إلى بيد، ولكنه كان على وجه القَطْع مهتمًّا تمامًا بتاريخ عيد الفصح، الذي كان يماثِل في أهميته للمسيحيين تعيينَ وقتِ الانقلاب الشتوي للأباطرة الصينيين القدماء. لم يكن هذا الحساب سهلًا؛ إذ يجب أن يأتي عيد الفصح في أول يوم أحد بعد القمر المكتمل (البدر) التالي للاعتدال الربيعي، وهكذا تطلَّبَ الحسابُ الصحيح لهذا التاريخ فَهْمَ كلتا الدورتين القمرية والشمسية، اللتين ليستا مرتبطتين بالطبع. إن وجود تقليدين

مسيحيين في شمالي إنجلترا — الأيرلندي والروماني — أدَّى إلى تاريخين متعارضين، وحُلَّ هذا الموقف في النهاية في مجمع ويتبي الكَنَسي في عام ٦٦٤. ربما لم ينفِّذْ بيد الحساباتِ الضروريةَ بنفسه، لكنه عرف كلَّ العناصر ذات الصلة.

أصبح الحساب المتعلِّق بالأزمنة الكَنَسية في النهاية معروفًا باسم «حساب موعد عيد الفصح»، وظلَّ أساسيًّا خلال حقبة القرون الوسطى.

لم يظهر بعد بيد وتابِعه ألكوين أيُّ اسم إنجليزي آخَر في بيان فوسيوس لأكثر من أربعة قرون، إلى أن يُقابِلنا أديلارد من باث نحو عام ١١٣٠، الذي يبدو أنه سافَرَ إلى أرجاء فرنسا وصقلية وسوريا، وكان واحدًا من أوائل مترجمي أجزاء من كتاب «العناصر» لإقليدس من العربية إلى اللاتينية، وقيل أيضًا إنه كتب عن الأسطرلاب.

في القرنين الثالث عشر والرابع عشر بدأت أسماء (وتواريخها المفترضة) في الظهور في تواتُرٍ متزايدٍ، كلها تحت فئتَي «الفلك» و«التنجيم»؛ مثل: جون ساكروبوسكو (١٢٣٠) الذي ظلَّتْ كتاباتُه عن الأرض وموقعها عن الكون جزءًا أساسيًّا من منهج الدراسة الجامعية لأربعة قرون؛ وروجر بيكون (١٢٥٥) الذي وُصِف بأنه منجِّم؛ ووالتر أودمنيجتون (١٢٨٠) الذي قيل إنه كتب عن حركة الكواكب؛ وروبرت هولكوت (١٣٤٠) من نورث هامبتون، الذي قيل إنه كتب عن حركة النجوم؛ وجون إيستوود (١٣٤٧) المنجِّم؛ ونيكولاس لين (١٣٥٥) المنجِّم؛ وجون كيلنجوورث (١٣٦٠) الفلكي؛ وسايمون بريدون (١٣٨٦) الذي قيل إنه كتب في الطب والتنجيم والفلك؛ وجون سومر (١٣٩٠) المنجم، وغيرهم. بعد ذلك بدأت الأسماء في القرن الخامس عشر في الاضمحلال مرةً أخرى. من الواضح أن دراسات الفلك والتنجيم كانت في أَوْجِها في القرن الرابع عشر، وربما كانَتِ الصدمةُ المرعبةُ التي سبَّبَها الموت الأسود في عام ١٣٤٨، أحدَ العوامل المساعدة في ذلك. كثير من هؤلاء المذكورين ينتمون إلى جماعات دينية من الفرانسيسكان والدومينيكان والكارميليت، كثيرون أيضًا كانوا مرتبطين بأكسفورد، وخاصة بكلية مرتون، وبعضُ كتاباتهم محفوظةٌ إلى اليوم في مكتبات أكسفورد، وكلُّهم عَبَروا الحدودَ الغائمة بين الفلك والتنجيم مرارًا وتكرارًا.

على النقيض من هذه الكوكبة من الفلكيين، لم يظهر أيُّ كُتَّاب إنجليز في فصول فوسيوس عن الموسيقى، أو الضوء، أو الجوديسيات، أو الكوزمولوجيا، أو الكرونولوجيا، أو الميكانيكا، ولم يُذكَر سوى اسمَيْ جرفيز من تيلبوري وَروجر بيكون تحت الجغرافيا كراسمَيْ خرائط. وهكذا بالنظر إلى الوراء من منظور القرن السادس عشر، نجد أن

الكتابات الرياضية في إنجلترا القرون الوسطى كان يتسيَّدها «حسابُ موعد عيد الفصح» والتنجيم.

لكنْ في مناطق أخرى من أوروبا، تبدو الصورة مختلفة؛ على سبيل المثال، في إيطاليا — التي تقع في القلب من منطقة غربي البحر المتوسط — كانت التجارة أكثر انتشارًا وأكثر تعقيدًا منها في شمالي أوروبا. وقد شهد القرن الثالث عشر تأسيسَ مدارس لتعليم الأطفال العَدَّ، وتمرين الصبيان على الحساب التجاري، وحتى القليل من الجبر البدائي (حل بعض المعادلات الأساسية). كان المتن الأساسي كتاب «ليبر آباكي» لمؤلفه ليوناردو من بيزا، الذي عُرِف أيضًا فيما بعدُ باسم «فيبوناتشي». ويحتوي «ليبر آباكي» على مئات المسائل التجارية، إليك اثنتين منها:

> كوَّنَ أربعة رجال شركةً، دفع الأول ثلثَ التكلفة كلها، ودفع الثاني ربعها، ودفع الثالث خمسها، ودفع الرابع سدسها، وكان الربح ٦٠ وحدة، ما نصيب كلٍّ منهم من الربح؟ هذه المسألة في حقيقتها هي المسألة نفسها حين نقول إن أربعة رجال اشتروا خنزيرًا مقابل ٦٠ وحدة، ويريد الأول ثلثَ الخنزير، ويريد الثاني رُبْعَه، والثالث يريد خُمْسَه، والرابع سُدْسَه …

وقد أشار ليوناردو نفسه إلى وجهين لهذه المسألة، وهي مكافئة من الناحية الرياضية لمسألة الثعلب والكلب والقط البري التي وردت في «سوان شو شو». المسألة التالية تعكس شئون إيطاليا المعاصرة وقتَها، وهناك مئات من الأسئلة النموذجية عن تحويل العملات أو المواد. في الوقت نفسه، إنها تُظهِر أنه بعد ديوفانتس بنحو عشرة قرون، كان هناك نوع آخَر من الحساب ما زال مزدهرًا في الإسكندرية.

> أيضًا إذا كان ثمن ١١ لفة [قماش] جنوية تساوي ١٧ قيراطًا في الإسكندرية، فكم يكون ثمن ٩ لفات فلورنسية؟ بما أن ١١ لفة جنوية و٩ لفات فلورنسية ليس لها عدد وحدات الوزن نفسه، فستصنع لفات فلورنسية تعادل ١١ لفة جنوية، أو تصنع لفات جنوية تعادل ١١ لفة فلورنسية؛ بحيث تصبح كلتاهما إما لفات فلورنسية وإما لفات جنوية، ولكنْ لأنك تستطيع بسهولة أن تصنع لفات فلورنسية، فإن كل لفة جنوية ستساوي ٢ ١/٦ لفة فلورنسية، وستضرب اللفات الجنوية في ٢ ١/٦ لتحصل على ٢٣ ٥/٦ لفة فلورنسية …

على الرغم ممَّا تلقَّوْه من تعليم، لم يَرَ فوسيوس ومصادره في شمالي أوروبا كتابَ «ليبر آباكي»، بل سمع عنه فوسيوس فقط من خلال الشائعات، وحدَّدَ تاريخه خطأً بفارق قرنين. إن النشاط الرياضي يمكن أن يكون محليًّا تمامًا.

أيضًا كانت الرياضيات مرتبطة بزمنها؛ ففي حقبة العصور الوسطى كان معظم العناوين التي اخترعها لاحقًا دي وفوسيوس غير ذات فائدة بدرجة كبيرة، على الأقل في إنجلترا. وفي نهاية القرن السادس عشر، عندما دخلت بريطانيا أيضًا العالَمَ الأكثر اتساعًا، لم تَعُدْ هذه هي الحالة. إن توماس هاريوت، الذي باشَرَ أبحاثه نحو عام ١٦٠٠، ترك كتابات عن الضوء والمقذوفات والخيمياء والجبر والهندسة والملاحة والفلك. وفي خلال ذلك الوقت، نشر معاصِرُه سايمون ستيفن في هولندا سلسلةَ موضوعات شبيهة، ولكنْ بدلًا من الملاحة كتب في مسائل أخرى أوثق صلةً (به) مثل الأقفال والصمامات. إن حساب موعد عيد الفصح والتنجيم أفْسَحَا الطريقَ لصالح الأنشطة الرياضية الخاصة بنظامٍ عالميٍّ جديد.

ما الرياضيات؟

ما هي إذن الرياضيات من المنظور التاريخي، هذا إذا كان هناك وجود بالفعل لمثل هذا الكيان؟ يجب أن يكون واضحًا الآن أن النشاط الرياضي اتَّخَذَ أشكالًا متعددة، تجمعها على نحوٍ فضفاض حقيقةُ أن هذه الأنشطة تتطلَّب نوعًا ما من القياس أو الحساب. والإجابة الأكثر دقةً يجب أن تعتمد بشدةٍ على الزمان والمكان. هناك اعتبارات عامة قليلة؛ فكلُّ المجتمعات المنظَّمة تحتاج إلى تنظيمِ التجارة والحفاظِ على الوقت، وهما الأمران اللذان كانا هدفين لكلٍّ من «سوان شو» و«سوان لي» على الترتيب في الصين الإمبراطورية البالغة القِدَم، أو أهداف المِعداد أو عملية حساب موعد عيد الفصح الإمبراطورية في أوروبا القرن الثالث عشر. إن ممارسي هذه التقنيات المتعددة من المحتمل أنهم كانوا من مراتب اجتماعية مختلفة للغاية. كانت تعاليم «سوان شو» والمِعْداد موجَّهةً للتجار أو الموظفين، بينما كان «سوان لي» وحساب موعد عيد الفصح فرعَيْ معرفةٍ للمتخصصين ذوي المرتبة العالية في الصين، وللرهبان والباحثين في أوروبا القرون الوسطى. وفي سياقات مختلفة على مدار قرون عديدة تكرَّرَ الانفصال في المكانة والاحترام بين أولئك الذين يملكون قدرًا كافيًا من التعليم كي ينهمكوا في الرياضيات «الأعلى»، التي تتطلَّب

عادةً مستوًى معينًا من القدرة على التفكير المجرد؛ وبين التجار والحرفيين الذين يعملون مع الرياضيات «العامة» أو «الشائعة».

مع تزايد المجتمعات من حيث التعقيد، صارت متطلباتها الرياضية أكثر تعقيدًا هي الأخرى. إن القائمة الطويلة من الموضوعات التي اقترحها دي — حتى إذا كان بعضُها لا داعيَ له — تشير إلى مدًى واسعٍ من الأنشطة التي تُستخدَم فيها الخبرة الرياضية. هذه الموضوعات تُعرَف مجتمِعةً باسم «الرياضيات المختلطة»، وهو ما ينمُّ عن أن «الرياضيات» كانت جزءًا متكاملًا من كلٍّ منها (ليس هذا مساويًا في معناه لما هو مقصود بمصطلح «الرياضيات التطبيقية» الذي سيأتي لاحقًا، الذي فيه تُستخدَم الرياضيات لتحليل موضوعات خارجة عن نطاقها).

ليس هناك سبب لافتراض أن الدروس التي عُلِّمت في الصين الإمبراطورية أو في أوروبا القرون الوسطى، لم تمتد إلى مجتمعات أخرى أيضًا؛ فلا يوجد كيان معرفي واحد من المعلومات نستطيع أن نُطلِق عليه اسم «رياضيات»، ولكن نستطيع أن نتعرَّف على مناهج وأنشطة رياضية كثيرة. كما تَبايَنَ مقدارُ ما يتمتَّع به كلُّ نشاطٍ من أهمية أو مكانة، على حسب الوقت أو المكان.

مَن الرياضي؟

أَمَا وقد بدأنا في تحديد نطاق الأنشطة التي شكَّلَت الرياضيات، فهل يمكننا أن نقول مَن ينطبق عليه وصْفُ الرياضي ومَن لا ينطبق عليه هذا الوصف؟ يُوصَف الأربعة جميعهم: فيثاغورس وديوفانتس وفيرما ووايلز، بأنهم رياضيون، والثلاثة الأوائل منهم متوفَّوْن، ذُكِرت أسماؤهم في عمل مرجعي قياسي هو «قاموس سِيَر الرياضيين». ومع ذلك لم يكن لأيٍّ منهم أن يدرك كُنْهَ اللقب الذي مُنِحه؛ فليست لدينا فكرةٌ على وجه الإطلاق عن الكيفية التي كان لفيثاغورس أن يصف بها نفسه. ربما رأى ديوفانتس نفسه كممارس للحساب، ليس الحساب اليومي بحسب تعاليم «سوان شو» أو المِعداد، ولكن «الحساب الأعلى» الذي يسبر غَوْرَ بعض الخصائص المبهمة أو الصعبة للأعداد الطبيعية. أما فيرما، على الجانب الآخَر، فقد يقول عن نفسه إنه «هندسي»؛ إذ كانت الهندسة عندئذٍ هي الفرع الأكثر رسميةً واحترامًا في الفروع الأربعة، وقد ظلَّ هذا الوصف هو الوصف القياسي للرياضي الأكاديمي في فرنسا حتى القرن التاسع عشر. أما عن الرابع، وايلز، فأعتقد أنه بلا أي تحفُّظ سيسمِّي نفسه رياضيًّا.

تحظى الرياضيات بقدر كبير من الاحترام، بل التوقير أيضًا، ولكن من واقع ما قيل بالفعل في هذا الفصل، يمكن بسهولة رؤية لماذا لم تكن هذه هي الحال دومًا. زعم جون من ساليسبوري في القرن الثاني عشر أن ممارسة «الرياضيات»، بمعنى التكهُّن بالمستقبل من أوضاع النجوم والكواكب، نشأت من تعاون مشئوم بين البشر والشياطين، وأنها مثل قراءة الكف والعِرافة (تأويل أنماط طيران الطيور)، كانت مصدرًا للشر. وفي عام ١٥٧٠ سُجِن جيرولامو كاردانو — طبيب ومؤلِّف لكتاب رائد في الجبر في عصر النهضة — لأنه تنبَّأ بخريطة البروج للمسيح، واعتُقِل توماس هاريوت في عام ١٦٠٥ بتهمة الاشتراك في «مؤامرة البارود»، ولم يُستجوب في الأساس بشأن المؤامرة نفسها، وإنما عن حقيقة امتلاكه خريطةَ بروج للملك جيمس الأول مثبتة على حائطه، وفي أواخر القرن السابع عشر كتب جون أوبري عن رجل الدين الريفي ومدرس الرياضيات ويليام أوتريد، قائلًا إن «أهل الريف اعتقدوا أنه يستطيع أن يستحضر الأرواح». ففي بداية أوروبا الحديثة كانت ممارسةُ «الرياضيات» نشاطًا لا يخلو من المخاطر، سواء للممارس أم لموضوعاته المفترضة.

في الحقيقة إن كلمة «رياضي» بدأ استخدامُها بانتظام في الكتابات الرياضية الإنجليزية فقط اعتبارًا من عام ١٥٧٠. في البداية، استُخدِمت الكلمة أساسًا للمؤلفين الأجانب، ولكن فيما بعدُ استُخدِمت في سياقَيْن مستقلَّيْن تمامًا: لوصف المدفعيين والمنجمين. بعد إعادة الملكية عام ١٦٦٠ بدأ استخدام الكلمة على نحوٍ أكثر عموميةً لوصف كتَّاب الحساب أو الهندسة، ولكنها ظلت تصف المنجمين كذلك. في الوقت نفسه أصبحت توقُّعاتُ «المنجمين الرياضيين» موضوعًا منتظمًا للهجاء والسخرية. إن الارتباط الطويل بين الرياضيات والتنجيم يساعد على توضيح لماذا فضَّلَ الأكاديميون تحاشِيَ هذا المصطلح. وعندما أسس هنري سافيل كرسيَّيْن للرياضيات في جامعة أكسفورد في عام ١٦١٩ — وكانَا للهندسة والفلك — كانت هناك تعليمات صارمة بأن الثاني يجب ألَّا يتضمَّن أيَّ نشاطٍ تنجيمي. إلى يومنا هذا تضم جامعة كامبريدج منصبَ «أستاذ كرسي لوكاس للرياضيات»، في حين أن المعادل لهذا المنصب في أكسفورد هو منصب «أستاذ كرسي سافيل للهندسة». وكي لا نظن أن ارتباط الرياضيات بالتنجيم كان مجرد ظاهرة أوروبية، دعونا نضع في اعتبارنا أن المصطلح الصيني الحديث للرياضيات كان يعني تقليديًّا دراسةَ الأعداد في سياق العِرافة.

باختصارٍ، إن «الرياضيين» على النحو الذي نفهم به المصطلح الآن، هم اختراع أوروبي حديث؛ فعلى مدار التاريخ الطويل للنشاط الرياضي، لم يوجد رياضيون بالمعنى

الحديث إلا لوهلة بسيطة، وإذا أردنا تقديرَ التاريخ الرياضي بدقة، فمن الضروري ألَّا نُسقِط الصورةَ الحديثة للرياضيين على الماضي؛ ولهذا السبب يفضِّل المؤرخون استخدامَ أوصافٍ أكثر دقةً مثل «كاتب» أو «راسم للكون»، أو «متخصِّص بالجبر»، أو مصطلحات أكثر عموميةً مثل «ممارِس رياضي». هناك شيء واحد مؤكَّد؛ أن تاريخ الرياضيات ليس هو ذاته تاريخ الرياضيين.

الفصل الثالث

كيف تنتشر الأفكار الرياضية؟

قدَّمَ الفصل السابق استعراضًا واسعًا للنشاط الرياضي في أزمنة وأماكن مختلفة. إحدى طرائق دراسة تاريخ الرياضيات؛ تحديدُ ما فعله الناس حقًّا. لكنَّ المؤرخين يريدون دائمًا توجيهَ المزيد من الأسئلة، ليس فقط بشأن ما عرفه الناس، وإنما بشأن كيفية توصيلهم الأفكارَ بعضهم لبعض، وتوصيلها لِمَن عاشوا بعدهم؛ كيف نُقِلَت الأفكار الرياضية من شخص إلى آخَر، ومن ثقافة إلى أخرى، ومن جيل إلى آخَر؟ (تَذكَّرْ ما أثرتُه في الفصل الأول: كيف تعرَّفَ فيرما على ديوفانتس، وكيف تعرَّفَ وايلز على فيرما؟)

وامتدادًا لهذه الأسئلة نسأل: كيف استطاع مؤرِّخو الرياضيات أنفسهم أن يعرفوا رياضيات الماضي؟ ما المصادر التي نملكها؟ وكيف انتهت إلينا؟ وما مدى الثقة بها؟ وكيف نستطيع أن نتعلَّم قراءتها؟ سيتناول هذا الفصل الطريقةَ التي انتقلت بها الأفكار الرياضية أحيانًا لمسافاتٍ طويلة في الزمان والمكان، كذلك يبيِّن كيف أنها في أحيان كثيرة لم تنتقل بعيدًا.

الهشاشة والندرة والغموض

إن أولئك الذين تصوَّروا، مستريحين، أن الرياضيات بدأت بفيثاغورس، ربما يصابون ببعض الارتباك حين يكتشفون أن الرياضيات المعقَّدة بدأت ممارستها قبل ما يزيد على الألف عام من وقت فيثاغورس في مصر، وفي المنطقة التي يوجد بها العراق الحديث. عاشت الحضارتان المصرية والبابلية في الألفيتين الأولى والثانية قبل الميلاد، إحداهما على مقربة من الأخرى، ولكننا نعرف عن الرياضيات في بابل أكثر كثيرًا ممَّا نعرفه عنها في مصر؛ وذلك لسبب بسيط جدًّا؛ أَلَا وهو أن الألواح الطينية التي استُخدِمت كمادة

للكتابة على امتداد نهرَيْ دجلة والفرات كانت متينةً ومعمرةً، بينما لم يكن ورقُ البردي المستخدَم في منطقة النيل كذلك. استُخرِجت آلاف الألواح بالحفر من العراق، وكثيرٌ منها كان به محتوًى رياضيٌّ، ويظل الآلاف منها مدفونًا على الأرجح إذا لم تكن قد حُطِّمت عندما وطِئَتْها الدبابات، أو سُلِبت في خضمِّ الفوضى التي ضربت المنطقة مؤخرًا. أما على الجانب الآخر، في مصر، فإن عدد النصوص الباقية والأجزاء يمكن أن يُعَدَّ على أصابع ثلاث أيدٍ، وهي مبعثرة على امتداد ألف عام من التاريخ. إن المكافئ بالنسبة إلى بريطانيا سيكون عددًا قليلًا من النصوص من زمن الفتح النورماندي، وعددًا قليلًا من القرن التاسع عشر. من الواضح أن النصوص المصرية الباقية لا تقدِّم لنا سوى منظور ضيق، وفي الوقت نفسه ستترك مجالًا كبيرًا للتخمين والتخيُّل بشأن النشاط الرياضي في مصر القديمة.

في الهند وجنوب شرق آسيا وأمريكا الجنوبية، كان الموقف مشابِهًا بدرجة كبيرة له في مصر؛ فقد دمَّرَ المناخُ الموادَّ الطبيعية مثل الخشب أو الجلد أو العظام، حتى إن المؤرخين كان عليهم أن يبذلوا أحسنَ ما يستطيعون بعددٍ قليلٍ جدًّا من النصوص التي حُفِظت على نحوٍ رديء. من الواضح أن ندرة المادة تشوِّه صورتنا عن الماضي. يجب أن نتساءل عمَّا إذا كان ما ظلَّ باقيًا مماثِلًا لما قد فُقِد أم لا، علمًا بأن من شأن اكتشاف جديد وحيد (مثل «سوان شو شو» في الصين) أن يغيِّر جذريًّا إدراكنا ثقافةً رياضية كاملة. في الوقت نفسه، ربما كان نقْصُ النصوص له بعض فوائد؛ ذلك أنه أجبَرَ المؤرخين على أن يوسعوا بحثَهم عن المصادر. إن التقارير الحكومية، على سبيل المثال، يمكن أن تُظهِر عمليات العدِّ والقياس التي كانت تُجرَى في الحياة اليومية. وقد حسَّنَتِ البراهين والأدلة الأثرية معلوماتنا عن كيفية تصميم وتخطيط وإنشاء الأبنية، وعن الحسابات التي لا بد أنها قد دخلت فيها (لأنه ليس لدينا أيُّ دليل مباشِر عن الحسابات التي دخلت في عملية بناء أثر ستونهنج أو الأهرامات). وعندما تتنوَّع المصادر؛ كالصور والقصص والقصائد، فربما تتضمَّن إشاراتٍ عن المعرفة الرياضية المعاصرة.

إن كثيرًا من النصوص القديمة قد كُتِب بأحرف ولغات هي الآن بائدة، وعملية ترجمتها الآن محفوفة بالمصاعب. إن عدد الباحثين ذوي المهارات اللغوية الضرورية، والقادرين على الانهماك في المادة الرياضية، يبقى في الحقيقة صغيرًا جدًّا، ومُهمَّتهم دقيقة للغاية. إن أية ترجمة من لغة إلى أخرى تغامِر بتدمير شيء من جوهر اللغة الأصلية، ولكنَّ الترجمة الرياضية تحمل صعوبةً أكبر؛ إذ كيف تجعل المفاهيمَ التقنية الخاصة

بثقافة أخرى قابلةً للفهم من جانب جمهورٍ حديث؛ على سبيل المثال: ما الذي يستطيع قارئ عادي أن يفهمه من الفقرة التالية من نص براهماسفوتاسيداهانتا الهندي المكتوب عام ٦٢٨ ميلاديًّا؟

> إن ارتفاعَ جبلٍ مضروبًا في أي مضاعف هو المسافة إلى مدينة؛ إنها لا تُمحَى. وعندما يقسم بالمضاعف ويزاد بمقدار الضعف، فإنه يكون وثبة أحد شخصين يقومان بالرحلة.

لفهم هذه المسألة يحتاج القارئ أن يعرف أن مسافرًا ينزل جبلًا، ويمشي على طول سهل ممتد إلى مدينة، بينما الآخَر يثب على نحوٍ سحري من قمة جبل إلى ارتفاع رأسي أكبر، ويطير على امتداد وتر المثلث القائم الزاوية، ولكنه في عمل هذا يجتاز بالضبط المسافةَ نفسها. بالنسبة إلى طالبٍ في ذلك الوقت، هذه المسألة ربما تكون من النوع القياسي (صورة أخرى من مسألة القرود التي تثب من على الأشجار)، ومن المحتمل أنها كانت تُوضَّح من خلال تفسيرٍ شفهيٍّ، ولكنْ بالنسبة إلى قارئ في القرن الحادي والعشرين، ليست لديه معلوماتٌ عن السنسكريتية أو المصطلحات الرياضية من القرن السابع، فإنها للوهلة الأولى تبدو مُربِكةً.

وهكذا فإن أي ترجمة حَرْفية لنصٍّ غيرِ مصقولٍ، ليس من المرجح أن تنقل الكثيرَ إلى غير المتخصِّص. ومن الطرق القديمة للالتفاف حول هذه المشكلة، أن يضيف المترجمون (أو الناسخون) حواشيَ أو رسومًا توضيحية؛ فكلُّ النصوص الرياضية المهمة بها طبقاتٌ متراكمة من التعليقات بهذه الطريقة. من الطرق الأخرى أن يُترجَم النصُّ إلى رموزٍ رياضية معاصرة؛ ربما يجد القارئ الذي يرغب في أن يجرِّب هذا الأمرَ مع مسألةِ مسافري الجبل، أن هذا يجعل المسألة أوضح كثيرًا. إن استخدام الرموز والملحوظات الجبرية الحديثة يمكن أن يُعِين بوصفه طريقةً تمهيدية لفهم رياضيات الماضي، لكنْ يجب ألَّا يتمَّ الخلطُ بينه وبين ما كان الكاتب الأصلي يحاول «حقًّا» أن يفعله، أو ما كان له أن يفعله لو كان يتمتَّع بمزية التعليم الحديث. على أحسن الفروض، مثل هذا التحديث يُضفِي غموضًا على الطريقة الأصلية؛ وعلى أَسْوَئها، فإنه قد يؤدِّي إلى سوء فهم خطير.

إن النصوص المصرية الباقية من الألف الثانية قبل الميلاد، على سبيل المثال، كُتبت بالهيراطيقية، وهي حروف متصلة حلت محل الهيروغليفية في الاستخدام اليومي منذ

نحو عام ٢٠٠٠ قبل الميلاد. بعد ذلك تُرجِمت النصوص إلى الإنجليزية أو الألمانية في بدايات القرن العشرين، وظلت هذه الترجمات هي الترجمات القياسية لسنوات عديدة. لكنْ للأسف، لم تُترجَم المحتويات إلى اللغات الحديثة فحسب، ولكن تُرجِمت أيضًا إلى الرياضيات الحديثة؛ على سبيل المثال: يقال دائمًا إن المصريين استخدموا القيمةَ ٣٫١٦ للعدد الذي نشير إليه الآن بالرمز π (أو ط)، وهو العامل الضربي الذي يعطي مساحةَ دائرةٍ من مربع نصف قُطْرها (كصيغة حديثة ربما نكتب $A = \pi r^2$ (م = ط نق٢)). وعندما نفحص النصوص التي وُضِع على أساسها هذا الادِّعاء، نجد أنها لم تتوقَّع أن يضرب القارئ مربعَ نصف القُطْر في أي عدد على الإطلاق. بدلًا من ذلك، كانت النصوص ترشده لإيجاد المساحة بإنقاص القُطْر بمقدار ١/٩، ثم تربيعه. إن حسابًا مبسطًا بالورقة والقلم يُظهِر أن هذا ينتج عنه أن مساحة الدائرة تساوي ٢٥٦/٨١ مضروبًا في مربع نصف القطر؛ ومن هنا جاءت القيمة السحرية ٢٥٦/٨١ = ٣٫١٦ ... ولكن «الإنقاص والتربيع» ليس هو «التربيع والضرب»، حتى ولو كان يعطي الإجابة نفسها تقريبًا؛ فالعملية نفسها مختلفة تمامًا، والعمليات هي بدقةٍ ما يحتاج المؤرخون إلى أن يعنوا به لو أنهم أرادوا فهْمَ التفكير الرياضي في الثقافات المبكرة.

إن قصة ترجمة النصوص البابلية مشابهةٌ؛ هنا لدينا اللغة السومرية، التي لا علاقةَ لها بأية لغة باقية؛ والأكادية، وهي لغة سابقة للعربية والعبرية؛ والكتابة المسمارية، المحفورة في الطين الرطب بقصبة حادة. لقد ترجَمَ ونشَرَ أوتو نويجيباور وفرانسوا ثورو دانجين عددًا من النصوص الرياضية، خلال ثلاثينيات القرن العشرين، وبعد ذلك بسنوات عديدة اعتُقِد أن المهمة اكتملت تقريبًا. لكن هذه الترجمات المبكرة حوَّلَتْ غالبًا تقنياتِ الحساب القديمة في بلادِ ما بين النهرين إلى مكافِئاتها الجبرية الحديثة؛ مما جعل الطبيعة الحقيقية لِمَا كان المؤلف الأصلي يفكِّر فيه ويفعله في الواقع أمرًا مبهمًا، وفي الوقت نفسه جعلت الحسابات تبدو أكثر بدائيةً. فقط في تسعينيات القرن العشرين، تُرجِمت مجموعات كثيرة من الألواح من جديدٍ بعنايةٍ أكثر من اللغة الأصلية؛ على سبيل المثال: إن كلمات تعني حرفيًّا «يُقطع إلى نصفين» أو «يُلحِق» تحمل أفعالًا مادية تضيع تمامًا في الترجمات المجردة مثل «اقسم على اثنين» أو «أَضِفْ»، وتعطينا نظرة أحسن كثيرًا للكيفية التي تُفهَم بها المسائل أو يتمُّ تعليمها.

إن القيام بقراءة وترجمة النصوص هو جزء واحد فقط من عمل مؤرِّخي الرياضيات القديمة، وإنْ كان جزءًا مهمًّا للغاية. الجزءُ الثاني هو تفسيرها داخل سياق نصوصها.

أحيانًا يكون هذا ببساطةٍ مستحيلًا؛ فكثير من نصوص الشرق الأوسط اكتُشِف بالحفر أو أُعِيد اكتشافه في القرن التاسع عشر، بما في ذلك تقريبًا كل النصوص الهيراطيقية المصرية ومئات من الألواح المسمارية البابلية القديمة، وانتقلت ملكيتها في سوق الأشياء الأثرية دون أن تحمل أي أصل معروف. وللأسف لا يزال كثيرٌ من الأشياء المنهوبة أو المسروقة يُشترى ويُباع بهذه الطريقة حتى يومنا هذا.

إن هشاشة النصوص الرياضية وندرتها لا تتحسَّنان إلا قليلًا، عندما نتحرك إلى الأمام من العالَم القديم إلى العصور الوسطى. وحتى الوثائق التي حُفِظت في المكتبات بعنايةٍ ليست دائمًا آمِنةً. هناك روايات متعددة، يستحيل التحقُّق منها الآن، عن تخريب مكتبة الإسكندرية في أوقات الصراعات، وبالتأكيد كانت قابلةً للاشتعال كأيِّ مكتبةٍ فيما قبل العصر الحديث تضمُّ الكتب والمخطوطات. إن القرَّاء في مكتبة بودلي بجامعة أكسفورد ما زالوا مُطالَبين بأن يُقْسِموا على «ألَّا يُحْضِروا إلى المكتبة، أو يشعلوا بها، أية نيران أو لهب، وألَّا يدخِّنوا في المكتبة»، وهذه تذكرة بأيامٍ كانت فيها هذه الأنشطة تسبِّب دمارَ الكتب وهلاكَ البشر على السواء.

لقد رأينا مجهودات جون ليلاند في تسجيل محتويات مكتبات الأديرة، ولكنه لم يستطع أن يصون إلا نسبة بسيطة من المجموعات نفسها عندما دُمِّرت هذه المكتبات في النهاية، وتفرَّقَتْ محتوياتها. كانت هناك أخطارٌ أخرى كذلك؛ فقد ألقَتْ كلية ميرتون في أكسفورد عددًا هائلًا من كتب المخطوطات خلال القرن السادس عشر، عندما حُدِّثت إلى النصوص المطبوعة، وعلى الرغم من أن بعضها قد أُنقِذ على يد هواة يَقِظون، فإن عددًا كبيرًا بالتأكيد لم يُنقَذ. في عام ١٦٨٥ اشتكى جون واليس بمرارة، كما فعل ليلاند قبل ذلك بأكثر من قرن، من سرقة مادة قيِّمة: مقدمتين من القرن الثاني عشر من مخطوطة في كلية كوربس كريستي «اقتُطِعَتَا مؤخرًا (بيدٍ غير معروفة)، وحُمِلتا بعيدًا.» كان يأمل أن يكون «مَن أخذهما من اللطف (بطريقة أو بأخرى) بحيث يحفظهما»، لكنَّ أمله ضاع هباءً؛ إذ لا تزال المقدمتان مفقودتين.

كانت مجموعات الأوراق الخاصة أيضًا قابلةً للعطب؛ إذ كتب جون بل في عام ١٦٤٤، قلقًا على أوراق رياضية تخصُّ صديقَه المتوفَّى حديثًا والتر وارنر، يقول:

> أخشى أن أوراق السيد وارنر العلمية، بالإضافة إلى إسهامي فيها بقدرٍ ليس باليسير، ستقع في أيدي مَن يستولي عليها، وسُتوزَّع على نحوٍ يجافي القسمة الرياضية العادلة على الحاجزين والدائنين، الذين لا شكَّ أنهم سيقرِّرون أن

يُنَصِّبوا من أنفسهم — وقد واتَتْهم الفرصةُ للمرة الأولى في حياتهم — أمناءَ على عالَم الأرقام، فيصوِّتوا جميعهم لقرار التخلُّص من الأوراق حرقًا.

الكتب المطبوعة تمامًا مثل المخطوطات سريعةُ التأثُّر بالنار والطعام والحشرات والإهمال البشري، ولكنْ لأنَّ نُسَخًا كثيرة تُنتَج، يكون من المرجَّح بدرجةٍ أكبر أن تبقى. إلا أن تلك التي تصل إلينا، من غير المرجح أن تكون نُسَخًا طبق الأصل مما وُجِد في الماضي. إن مجلدًا مكلفًا موجودًا في مكتبةِ سيدٍ راقٍ، يكون الأكثر ترجيحًا أن يبقى لمدةٍ أطول مقارَنةً بجدول حسابٍ يمتلكه حِرَفِيٌّ ويُكْثِر من تقليب صفحاته، بَيْدَ أنه لن يخبرنا الكثير عمَّا كان يُقرَأ ويُستخدَم بالفعل.

إن تكوين فهم حقيقي للماضي يشبه دائمًا محاوَلةَ تركيبِ أحجيةِ صورٍ مقطعة، تكون فيها أغلب القطع مفقودة، ولا توجد صورة في الصندوق. على الرغم من ذلك، فإنه من الجدير بالملاحظة أن لدينا نصوصًا رياضية باقية منذ قرون، بل منذ ألوف السنين. في أغلبها، ليس لمحتوياتها سوى أهمية تاريخية بحتة؛ فلا أحد الآن يحسب بطريقة الكسور المصرية، إلا كتمرينٍ مدرسيٍّ، والبقية الوحيدة من النظام البابلي الستيني هي تقسيمنا الدقيق والغريب للساعة إلى ستين دقيقة، والدائرة إلى ثلاثمائة وستين درجة. لكنَّ نصوصًا أخرى بقيت حاضرةً بدرجة قوية، من خلال الاستخدام المستمر والترجمة، ومن الممكن أحيانًا تتبُّع الخط المتصل الخاص بها من الماضي إلى الحاضر. المثال الرائع لذلك هو كتاب «العناصر» لإقليدس، الذي ذُكِر أكثر من مرة، ومن دونه لا يمكن أن يكون تاريخُ الرياضيات كاملًا. إن دراسةَ ما يُسمَّى أحيانًا «تاريخ نقل» كتاب «العناصر»، يخبرنا الكثيرَ عن الكيفية التي حُفِظت بها الأفكار الرياضية من الماضي، وعُدِّلت ونُقِلت إلينا.

الحفظ عبر الزمن

إن الملحوظات التي ذكرتُها أعلاه عن هشاشة المصادر المصرية تنطبق تمامًا على نصوص العالَم القديم المتكلِّم بالإغريقية، التي كُتِبت أيضًا على أوراق البردي. نحن نتصوَّر، من المَراجع المعاصرة لبعض أعمال إقليدس، أنها كُتِبت نحو عام ٢٥٠ قبل الميلاد، إلا أن أقدم نصٍّ باقٍ من كتاب «العناصر» يعود إلى عام ٨٨٨ بعد الميلاد؛ هذا يمثِّل أكثر من ألف عام من النَّسْخ وإعادة النَّسْخ، بكل ما يحتويه ذلك من أخطاء وتغييرات وتحسينات؛

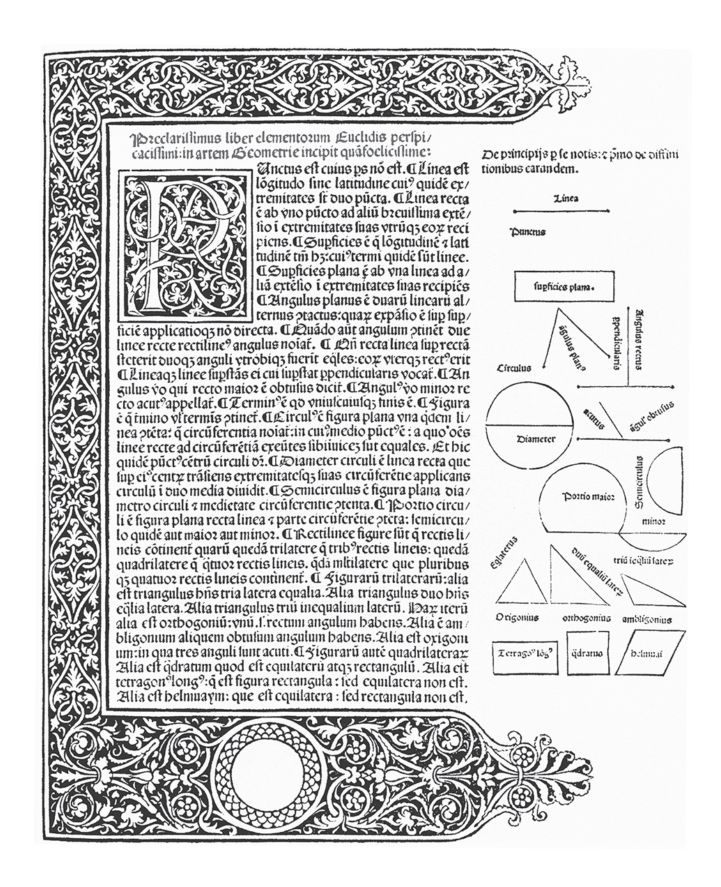
فكيف يمكننا أن نعلم أن النص الذي لدينا الآن مطابِقٌ للأصل؟ الإجابة أننا لا نستطيع. في حالة كتاب «العناصر»، لدينا تعليقات شاملة من كتَّاب إغريق لاحقين مثل بابوس (٣٧٠ بعد الميلاد)، وَثيون (٣٨٠ بعد الميلاد)، وَبروكلوس (٤٥٠ بعد الميلاد)؛ تخبرنا كيف أن النص ظهر في القرنين الرابع أو الخامس قبل الميلاد. لقد عاش هؤلاء الرجال أقرب جدًّا منَّا إلى زمن إقليدس، ومع ذلك فقد فَصَلَتْهم قرونٌ متعددة عن النسخة الأولى لكتاب «العناصر». إن الطريقة الوحيدة التي يمكن للمؤرخين بها أن يصلوا إلى النص الأصلي، هي أن يُنشِئوا «شجرة عائلة» للمخطوطات الباقية، وذلك عن طريق ملاحظة مواضِع الأخطاء أو التغييرات بين نصٍّ وآخَر؛ وبهذه الطريقة يمكنهم أن يأملوا أن يرجعوا إلى «النسخة الأم»، لكنه عمل مجهد لا يضمن أنه سيعود بالمرء إلى المصدر الحقيقي والوحيد.

إن أقدم مخطوط باقٍ لكتاب «العناصر»، من عام ٨٨٨ بعد الميلاد، مكتوبٌ بالإغريقية، وكان محفوظًا في بيزنطة. ولكن عندما انتشر الإسلام في المناطق القديمة المتكلِّمة بالإغريقية من البحر المتوسط، تُرجِم النصُّ أيضًا إلى العربية. يستطيع المرء أن يتخيَّل الصعوبات التي ربما واجَهَها المترجمون المسلمون الأوائل بمقارَنة عملهم بعمل روبرت ريكورد بعد ذلك بقرون عديدة؛ من غير المرجح أن العربية — لغة القبائل البدوية — احتوَتْ كلمات جاهزة لمفاهيم الهندسة الإغريقية. وعلى الرغم من ذلك، فإن المترجمين العرب حفظوا نصوصًا عديدة من الاندثار.

وهكذا فإن معظم الترجمات الباقية لكتاب «العناصر» إلى اللاتينية لم تُنقَل عن الإغريقية؛ اللغةِ التي كانت قد اندثرت تقريبًا عندئذٍ في أوروبا الغربية، ولكن من المصادر العربية في إسبانيا أو صقلية. إن أديلارد من باث، الذي قابلناه فيما سبق، كان واحدًا من أولئك المترجمين، وكان هناك آخَرون متعدِّدون في القرن الثاني عشر؛ باحثون من شمالي أوروبا، سافروا إلى الجنوب بحثًا عن المعرفة التي يمكن أن يجدوها هناك. وفي النهاية، وبينما كانت المعرفة بالإغريقية تزدهر ببطء، كانت الترجمات تجري مباشَرةً أيضًا من المصادر الإغريقية.

ما إنْ توطَّدَتِ الطباعة في القرن الخامس عشر، حتى تمَّ تأمين كتاب «العناصر» للأجيال القادمة كلها. لقد كان من أوائل الكتب الرياضية التي طُبِعت، في طبعة جميلة عام ١٤٨٢، استمرت على نهج عملية إنتاج المخطوطات؛ فلا توجد صفحةُ عنوانٍ داخليةٌ

(لأن كتَّاب المخطوط كانوا يوقِّعون بأسمائهم في نهاية النص، لا بدايته)، واحتوَتْ على إيضاحات رسومية أنيقة (انظر الشكل ٣-١).



Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspi/cacissimi: in artem Geometrie incipit quãfoelicissime:

Punctus est cuius ps nõ est. ¶ Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ ex/tremitates st duo pũcta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽ/sio i extremitates suas vtrũqz eorꝫ reci/piens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ lati/tudinẽ tñ hꝫ: cui⁹ termi quidẽ sũt linee. ¶ Supficies plana ẽ ab vna linea ad a/liã extẽsio i extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarũ linearũ al/ternus ꝯtactus: quarꝫ expãsio ẽ sup sup/ficiẽ applicatioqz nõ directa. ¶ Quãdo aũt angulum ꝯtinẽt due linee recte rectiline⁹ angulus noiat. ¶ Qñ recta linea sup rectã steterit duoqz anguli vtrobiqz fuerit eq̃les: eorꝫ vterqz rect⁹ erit ¶ Lineaqz linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocat. ¶ An/gulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit. ¶ Angul⁹ vo minor re/cto acut⁹ appellat. ¶ Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusqz finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ tmino vl termis ꝯtinet. ¶ Circul⁹ ẽ figura plana vna q̃dem li/nea ꝯtẽta: q̃ circũferentia noiat: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinuicẽ sut equales. Et hic quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centrꝫ trãsiens extremitatesqz suas circũferẽtie applicans circulũ i duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana dia/metro circuli ⁊ medietate circũferentie ꝯtenta. ¶ Portio circu/li ẽ figura plana recta linea ⁊ parte circũferẽtie ꝯtẽta: semicircu/lo quidẽ aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt q̃ rectis li/neis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus qz quatuor rectis lineis continent. ¶ Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Harꝫ iterũ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectum angulum habens. Alia ẽ am/bligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigoni/um: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarũ autẽ quadrilaterarꝫ Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atqz rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: ⁊ pmo de diffinitionibus earandem.

شكل ٣-١: الصفحة الأولى لأول نسخة مطبوعة من كتاب «العناصر» لإقليدس، ١٤٨٢.

خلال القرن السادس عشر تتابعت النُّسَخ المطبوعة بسرعة، أولًا باللاتينية والإغريقية، وبعد ذلك بلغات إقليمية متعددة. وقد أدرج روبرت ريكورد معظمَ المادة الموجودة في الكتب الأربعة الأولى من كتاب «العناصر» في كتابه «الطريق إلى المعرفة» عام ١٥٥١، ثم أدرج المزيدَ من المواد الأصعب من الكتب المتأخِّرة في مطبوعته الأخيرة

«شاحذ العقل» في عام ١٥٥٧. نُشِرت أول ترجمة كاملة باللغة الإنجليزية لكتاب «العناصر» على يد هنري بيلنجسلي في طبعة فاخرة عام ١٥٧٠؛ وقد احتوت على «الخريطة العظمى» لِدِي، وهي أيضًا أول نَصٍّ إنجليزي معروف يضع كلمةَ «رياضي» على صفحة العنوان.

على مدار القرون الأربعة التالية كان هناك المزيد من الترجمات والطبعات، مع تكيُّف المحرِّرين مع الحاجات المتغيِّرة للعصر. في منتصف القرن العشرين خرج كتاب «العناصر» نهائيًّا من المناهج المدرسية (وعلى الرغم من أن محتوياته ليست كذلك، فإن مدارس الأطفال ما زالت تُعلِّم كيفيةَ إنشاء المثلثات وتنصيف الزوايا)؛ بَيْدَ أنه لم يختفِ من المجال العام. وتوجد حاليًّا طبعةٌ تفاعلية حديثة على الإنترنت تمثِّل أحدث الابتكارات في سلسلة طويلة من عمليات الترجمة والتعديل لكتاب «العناصر» بحيث يناسب كل جيل جديد.

إن كتاب «العناصر» كان فريدًا في انتشاره وطول بقائه، لكن قصة حفظه هي القصة النموذجية لنصوص إغريقية أخرى كثيرة، منها كتاب «الحساب» لِديوفانتس، الذي منه ظهرت نظرية فيرما الأخيرة. وبالنسبة إلى معظم النصوص الكلاسيكية، يمكن رواية قصة مشابهة حول التعليقات المبكرة والترجمة إلى العربية، ثم الترجمة المتأخِّرة إلى اللاتينية، ثم النشر المطبوع النهائي من المصادر الإغريقية. كان هناك استثناء واحد فقط؛ إعادة الاكتشاف الإعجازي في بدايات القرن العشرين لنصٍّ مفقودٍ لأرشميدس، تمَّ تمييزه بالكاد أسفل كتابات وتصاوير قديمة على صفحات كتاب صلوات بيزنطية. مثل هذه الاكتشافات شديدة الندرة، وتذكِّرنا مرةً أخرى بالمقدار الذي ضاع من رياضيات كل ثقافة.

الحفظ عبر المسافات

على الرغم من هشاشة الوثائق المكتوبة، فإن الرياضيات لم تُنقَل فقط عبر فترات طويلة من الزمن، ولكن أحيانًا عبر مسافات طويلة، وأحيانًا عبر كلتَيْهما. سنبدأ حديثنا بلُغْزٍ؛ بدايةً إليك مسألةً من لوح بابلي قديم موجود الآن في المتحف البريطاني (BM 13901):

> لقد جمعت المساحة وطول ضلع المربع، فكان ذلك ٠,٤٥.

باستخدام التقنية التي حذَّرنا منها أعلاه، دَعْنا نقدِّم رموزًا جبريةً طويلة بدرجة كافية لنرى عن أي شيء تدور المسألة. إذا اعتبرنا أن طول المربع s فإن مساحته تكون s^2. العدد ٠,٤٥ هو نسخة حديثة يمكننا أن نفسرها إلى ٤٥/٦٠ أو ٣/٤؛ ومن ثَمَّ يمكن كتابة التعبير بالمصطلحات الحديثة على صورة المعادلة التالية: $s^2 + s = \frac{3}{4}$. إن التقنية البابلية الخاصة بإيجاد طول ضلع المربع تضمَّنَتْ عمل شرائح وإعادة تنظيم الأشكال الهندسية، وبالنسبة إلى الممارِس المتمكِّن، فإن هذه يمكن أن تختصر إلى سلسلةٍ من الإرشادات المختصرة، وطريقة تضمن إعطاء الإجابة.

والآن تَدبَّرْ هذه المسألة من نَصٍّ عن الموضوع وَرَدَ بكتاب «الجبر والمقابلة»، الذي أَلَّفَه الخوارزمي في بغداد حوالي عام ٨٦٥ بعد الميلاد:

مربع و٢١ وحدة يساوي ١٠ جذور.

«الجذور» هنا هي الجذور التربيعية للمربع المعطى، وهكذا فإننا إذا استخدمْنا مرةً أخرى الرموزَ الحديثة، فسنرى أن المسألة يمكن أن تُكتَب على النحو التالي: $s^2 + 21 = 10s$. بعبارة أخرى، هذه المسألة مرتبطة بدرجة وثيقة بالمسألة البابلية القديمة المكتوبة قبل ذلك بأكثر من ألفين وخمسمائة عام. علاوة على هذا، فإن الخوارزمي أعطى طريقة مشابهة جدًّا لإيجاد الإجابة. إن نَصَّه كان مؤثِّرًا جدًّا، حتى إن اسمه صار يُطلَق على المادة بأسرها.

هل هي مصادفة أن نوع المسألة نفسه، مع نوع الحل نفسه، ظهر مرةً أخرى بعد عدة قرون في الجزء نفسه من العالَم؟ لا يوجد دليل على الإطلاق على الاتصال عبر السنوات، كما هو الحال بالنسبة إلى كِتاب «العناصر» لإقليدس، وبالتأكيد لم يحدث هذا داخل العراق وقتَ الحكم الإسلامي. لكنْ لدينا دليلٌ على انتقال بعض الأفكار من الثقافة البابلية المتأخِّرة إلى الهند، وعلى انتقال الرياضيات مؤخرًا في الاتجاه المعاكس، من الهند إلى بغداد. من الممكن تمامًا أن مسائل مثل تلك التي نُوقِشت هنا كانت جزءًا من تدفُّقٍ؛ لا يمكننا الجزْمُ بالأمر ولكنْ يمكننا فقط التخمين. وعلى أية حال من المفيد تكرارُ ما نعرفه بمزيدٍ من اليقين.

بين نحو عامَيْ ٥٠٠ قبل الميلاد و٣٣٠ قبل الميلاد، كان العراق القديم وشمال غرب الهند جزأين بعيدين من الإمبراطورية الفارسية، وبعد زمن قصير أصبحت المنطقة نفسها تحت حكم الإسكندر الأكبر. إن الدليلَ على امتصاص الرياضيات البابلية في الهند

ظرفيٌّ، ولكنه واضحٌ تمامًا، خاصةً في الحسابات الفلكية؛ إذ يمكن رؤية ذلك في الاستخدام الهندي للأساس ٦٠ في قياس الزمن والزاوية، وفي طرائق شبيهة لحساب ضوء النهار على مدار العام (في الهند، كما هو الحال في المجتمعات القديمة الأخرى، تكون المحافظةُ على الوقت الصحيح من أجل الشعائر والأغراض الأخرى شيئًا أساسيًّا). فيما بعدُ كانت هناك ترجمات لنصوص فلكية أو تنجيمية إغريقية إلى اللغة السنسكريتية؛ بحيث إن «وتر الدائرة» عند الإغريق، المستخدَم في قياس الارتفاع الفلكي، أصبح أساسَ «الجيب» الهندي. إن ندرة النصوص الهندية البالغة القِدَم تمنعنا من معرفة المعلومات الأخرى التي من المؤكَّد أنها مرت في اتجاه الشرق، وبلا مرية في الاتجاه المعاكس أيضًا؛ إذ تشي بقايا كتابات فلكية قليلة من إيران ما قبل الإسلام، على سبيل المثال، بوجود تأثير للنصوص السنسكريتية هناك.

بنهاية القرن السادس بعد الميلاد (أو حتى قبل ذلك بكثير) تطوَّرَ في أجزاء من وسط الهند نظامٌ لكتابة الأعداد باستخدام عشرة أرقام بالضبط، مع نظام قيمة الموضع، وهذا أمر شديد الأهمية؛ بِلُغة حديثة هذا يعني أننا نستطيع أن نكتب أيَّ عدد مهما كَبُرَ حجمه (أو صغر) باستخدام الرموز العشرة: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩. تعني قيمة الموضع أن العددين ٢ و٣ لهما قيمتان مختلفتان في كلٍّ من ٢٠٠٠٠٣ و٣٠٢؛ لأن موضعيهما مختلفان. وفي كلتا الحالتين، تؤدِّي الأصفار عمل حافظات المكان، بحيث لا نخطئ بين ٢٠٠٠٠٣ و٢٣، أو بين ٣٠٢ و٣٢. وبمجرد أن نفهم هذا، فإن قواعد الجمع والضرب القليلة نفسها يمكن أن تُطبَّق على أعداد بأية حجوم. تاريخيًّا، كانت هناك بالطبع طرائق متعددة أخرى لكتابة الأعداد، ولكن كلها تطلَّبَتْ رموزًا جديدة عديدة كلما كانت الأعداد أكبر، ولا يصلح أيٌّ منها للحساب بالقلم الرصاص والورقة؛ حاوِلْ جمع عددين كُتِبَا بالأعداد الرومانية، xxxiv وxix على سبيل المثال، من دون تحويلهما إلى شيء أكثر ألفةً.

كانت الأعداد الهندية، كما صارت تُعرَف لاحقًا، معروفةً بالفعل في أجزاء من كمبوديا وإندونيسيا وسوريا في بدايات القرن السابع؛ وقد امتدحها المطران السوري ساويرا سابوخت مدحًا شديدًا، على سبيل المثال. في عام ٧٥٠ بعد الميلاد انتشر الإسلام على مساحة الإمبراطورية الفارسية القديمة (وما وراءها)، وبحلول عام ٧٧٣ وصلت الأعداد الهندية إلى بغداد في كتابات فلكية أُحضِرت من الهند للخليفة المنصور. وفي نحو عام ٨٢٥، كتب الخوارزمي، الذي قابلناه ككاتبٍ في مادة الجبر، نصًّا عن استخدام

الأعداد الهندية؛ فُقِدَ النصُّ الأصلي، بَيْدَ أن محتوياته يمكن أن تُسترجَع من ترجمات لاتينية متأخِّرة. أوضح النصُّ أولًا كيف تُكتَب الأرقام العشرة، في صورتها العربية وليس السنسكريتية، مع توضيحٍ حريصٍ لقيمة الموضع، والاستخدام الصحيح للصفر، وأُتبِع هذا بتعليمات للجمع والطرح، والضرب في اثنين، والضرب في نصف، والقسمة، وشيء من تدريس الكسور، متضمنًا نوع الكسور الستينية، وتوجيهات لاستخراج الجذور التربيعية. لقد أرسى نصُّ الخوارزمي نمطَ النصوص الحسابية لقرون؛ ويمكن تبيُّن تنظيمه الأساسي بسهولة في نصوص أوروبية متعددة في القرن السابع عشر، على الرغم من أن المادة كانت عندئذٍ قد توسَّعَتْ كثيرًا. لكنْ لِنَبْقَ مع الأعداد الهندية نفسها، أو الأعداد الهندية–العربية كما صارت تُعرَف مع انتشارها غربًا.

بنهاية القرن العاشر، انتقلت الأعداد إلى إسبانيا، عند الطرف الآخَر للعالم الإسلامي المقابل للهند، واكتسبت الشكلَ العربي الغربي الذي سبق الأعدادَ الغربية الحديثة، وليس الشكل العربي الشرقي الذي لا يزال مُستخدَمًا في البلاد المتكلمة بالعربية. ومن إسبانيا انتشرت الأعداد ببطء شمالًا إلى فرنسا وإنجلترا. من الأساطير التي تدور حول الأعداد أنها قُدِّمت إلى أوروبا المسيحية بواسطة راهب يُدعَى جربير، صار لاحقًا البابا سلفستر الثاني، الذي زار إسبانيا قبل عام ٩٧٠. من الصحيح أن جربير استعمل الأعداد على المِعْداد، ولكن في ضوء هذا الدليل الواهي لا يستطيع المرء أن يمنحه فضْلَ تقديمها إلى بقية أوروبا؛ إننا لا نعرف ما إذا كان هو قد تَعلَّم الطرائق المناسبة للحساب، أم استخدم الأعداد كرموز للزينة فحسب، ولا نعرف إلى أي مدًى كان مِعْداده معروفًا أو مستخدَمًا، وإلى جانب هذا لا بد أنه كان هناك مسافِرون آخَرون إلى إسبانيا، قد أحضروا بالمثل معلوماتٍ قليلةً عن الأعداد ليعرضوها على أصدقائهم. من المحتمل أن المعرفة بالأعداد قد انتشرت ببطء، وبأسلوب تدريجي، إلى أن تمَّ إدراك فائدتها على نحوٍ أفضل.

نحن نعرف الجداول الفلكية من إسبانيا، وقد تمَّ تعديل جداول طليطلة لتناسب مارسيليا في عام ١١٤٠، ولندن في عام ١١٥٠. إن تعليمات استخدام الجداول تُرجِمت من العربية إلى اللاتينية، لكن الجداول نفسها لم تُترجَم؛ فمَن عساه يريد تحويل أعمدةٍ من أعدادٍ مكوَّنة من رقمين تقيس الدرجات والدقائق والثواني، إلى أعداد رومانية غير ملائمة؟ وتمامًا مثلما نَقَلَت الجداولُ الفلكية الأعدادَ الهندية إلى بغداد، فإنها نقلَتْها بعد ذلك إلى شمالي أوروبا؛ وبالنسبة إلى الفلكيين، فإن الأعداد لم تكن قصيرةً فحسب، بل كانت حاسمةً في فهم معنى الملاحظات التي يسجِّلها الآخرون.

وعلى مستوًى أكثر اتصالًا بالواقع، من المؤكد أن المعرفة بالأعداد وطرق الحساب المصاحبة لها، انتشرت غربًا وشمالًا من خلال التجارة؛ على سبيل المثال، من المؤكد أن الصليبيين صادفوها في أواخر القرن الحادي عشر وبعد ذلك. لكن على خلاف الجداول الفلكية، فإن سجلات الشراء والبيع كانت سريعة الزوال، واختفت منذ عهد بعيد.

بحلول القرن الثاني عشر، كانت ثمة نصوص تُكتَب خِصِّيصَى لشرح الأعداد الجديدة وطرق الحساب المصاحبة لها؛ أحدها كان كتاب ليوناردو من بيزا بعنوان «ليبر آباكي»، الذي انتشر في إيطاليا، لكن ليس في شمالي أوروبا. في فرنسا وإنجلترا وُجِدت بدلًا من ذلك نصوصٌ لاتينية تُسمَّى «ألجوريزمس»، وجاء هذا الاسم من تحريف كلماتها الافتتاحية Dixit Algorismi؛ بمعنى «هكذا تكلَّمَ الخوارزمي». هذه النصوص تشبه رسائل وأبحاث الخوارزمي الأصلية، التي تُعلِّم كيف تُكتَب الأعداد، وكيف نجري الحساب الأساسي عليها. من هذه النصوص ثمة نصٌّ ساحر معروف بـ «كارمن دي ألجوريزمو» نظمه شعرًا ألكسندر دي فياديو من شمالي فرنسا، وتقول ترجمة السطور الافتتاحية:

هذا الفن الحاضر يُسمَّى لوغاريتمًا،
فيه نستخدم عشرة من الأعداد الهندية:
٠.٩.٨.٧.٦.٥.٤.٣.٢.١

استمرَّ ألكسندر في توضيح أهمية موضع كل عدد قائلًا:

إذا وضعت أيًّا منها في الموضع الأول،
فإنه يعبِّر ببساطة عن نفسه، وإذا كان في الموقع الثاني،
فسيعبِّر عن عشرة أضعاف نفسه.

على الرغم من فائدتها الواضحة، كان استيعاب هذه الأعداد بطيئًا، ليس كما يوحي أحيانًا بسبب شرقيتها، وأصلها غير المسيحي، ولكن لأنه بسبب الاستعمال اليومي فإن النظام الروماني القديم الخاص بإجراء الحسابات على الأصابع أو الألواح الحاسبة كان ينجز المطلوب بسرعة كافية. علاوةً على هذا، لم يَجِدْ كلُّ شخص تعلُّمَ هذه الأعداد الجديدة أمرًا سهلًا؛ فحتى القرن الرابع عشر أو الخامس عشر عمد راهب في دير بنيديكتي في كافنو بإيطاليا إلى ترقيم بعض فصوله، ابتداءً من الثلاثين وصاعدًا على النحو

التالي: ... xxx, xxx1, 302, 303, 304, لكن في النهاية حلَّتِ الأعداد الهندية-العربية محلَّ كلِّ الأعداد الأخرى، وبمجرد أن نُقِلت إلى أمريكا أكملت إبحارَها حول العالم.

هناك قصص أخرى يمكن أن تُحكَى عن الطريقة التي انتشرت بها الرياضيات عبر مسافات بعيدة؛ على سبيل المثال: الرياضيات الصينية التقليدية فَهِمَها وتَبَنَّاها كلُّ جيران الصين المباشِرين، ولا شكَّ أنْ كانت هناك تبادلات مع الهند، ولكنْ لم تُجْرَ أيُّ تبادلات مع الغرب إلى أنْ وصل اليسوعيون في القرن السابع عشر، حاملين معهم كتاب «العناصر» لإقليدس. استمرت مثل هذه الانتقالات في عصور أكثر حداثةً؛ ففي القرن التاسع عشر نُقِلت الرياضيات الأوروبية من قلب أوروبا في فرنسا وألمانيا إلى البلاد الواقعة في أطراف أوروبا — البلقان من جهة، وبريطانيا من الجهة المقابلة — ثم إلى الولايات المتحدة، وفي النهاية إلى كل بلاد العالَم. مثل هذا الانتشار معتاد في التاريخ الحديث، ولكن في الرياضيات كانت الأفكار تنتقل في زمن طويل جدًّا.

الرياضيات والناس

وصفتُ في هذا الفصل كيف أن بعض رياضيات الماضي ظلَّ باقيًا، حتى إن كان في صورة متشظية، عبر فترات طويلة من الزمن، وأحيانًا انتقل مسافات طويلة أيضًا. إلا أنني حاولتُ توخِّي الحذر مع اللغة؛ فمن الكلمات التي يشيع استخدامها لوصف تمرير الأفكار الرياضية كلمةُ «النقل»، لكنني أكره هذه الكلمة؛ فبمعزل عن ارتباط هذه الكلمة بأبراج النقل الإذاعي، فإنها توحي بأن الأصحاب الأصليين للأفكار كانوا يهدفون متعمِّدين إلى نقل أفكارهم واكتشافاتهم إلى أجيال المستقبل. لكنْ نادرًا ما كان هذا هو الحال، وبالنسبة إلى الجزء الأغلب، كانت الرياضيات تُكتَب للاستعمال الذاتي للفرد، أو لمعاصريه المباشِرين، وإن بقاءها طويلًا بعد ذلك يعتمد على الظروف بدرجة كبيرة. حاولتُ أيضًا أن أتحاشى الكلامَ عن انتشار الأفكار ببساطة، وكأنها أعشاب ضارة لها قوةٌ في حدِّ ذاتها.

على النقيض من ذلك، كلُّ تبادُل رياضي — كبيرًا كان أم صغيرًا — قد أُحدِث بواسطة عامل بشري، وخَلْف القصص العديدة الموجزة أعلاه، تقع تفاعُلاتٌ وتعاملات دقيقة لا تُعَدُّ ولا تُحصَى، ولقد ألقينا نظرة خاطفة على بعضها، منها: مبعوثون هنود يقدِّمون أنفسهم إلى الخليفة في بغداد، مؤلِّف بيزنطي ينسخ مخطوطًا ربما فهمه بشقِّ الأنفس، تجار فلورنسيون يساومون في أسواق الإسكندرية، أمين مكتبة في مدينة

الإسكندرية نفسها قبل ألف عام يسجِّل في عنايةٍ قائمةً بلفائف أوراق البردي التي في حوزته، وربما يتملكه الجَزَع — مثل جون ليلاند فيما بعدُ — من فكرة تدميرها، فيرما يبعث بخطاباته بأمل زائف إلى واليس في أكسفورد، وايلز يصرِّح للمرة الأولى عن برهانه في محاضرة، وأنباء عن التصحيح النهائي للبرهان بواسطة البريد الإلكتروني. إن الأفكار الرياضية تنتشر فقط لأن الناس يفكِّرون بشأنها، ويناقشونها مع آخَرين، ويكتبونها، ويحفظون الوثائق المناسبة؛ ومن دون الناس لا تنتشر الأفكار الرياضية على الإطلاق.

الفصل الرابع

تعلُّم الرياضيات

من الحقائق التي يسهل إغفالها أن الشريحة الأكبر من ممارسي الرياضيات في المجتمع الحديث ليسَتْ مؤلَّفة من البالغين، ولكن من تلاميذ المدارس. وفي أي مكان في العالم، من المرجح أن يقضي الطفل — المحظوظ بما يكفي كي يتلقَّى تعليمًا — وقتًا لا بأسَ به في تعلُّم الرياضيات، وفي البلاد المتقدِّمة، يُقدَّر هذا الوقت بنحو ساعتين أو ثلاث في كل أسبوع دراسي، لمدة عشر سنوات أو يزيد.

في ضوء هذا، ليس من قبيل الدهشة أن نتذكَّر أن تضمين الرياضيات في مناهج الدراسة هو ظاهرة حديثة؛ ففي نحو عام ١٦٣٠، على سبيل المثال، لم يكن جون واليس — الذي شغل فيما بعدُ منصبَ أستاذ كرسي سافيل للهندسة في أكسفورد — قد تعلَّمَ الحساب في المدرسة ولا في كامبريدج، ولكنْ من أخيه الأصغر الذي كان يدرس بغرض العمل في التجارة، وبعد ثلاثين عامًا كان صامويل بيبس — العالي الذكاء والثقافة، الذي درَّسَ أيضًا في كامبريدج، وكان عضوًا في مجلس الأسطول — يكافح حتى يتعلَّم جداولَ الضرب. وعلى الرغم من ذلك، كان تمرير المعرفة الرياضية إلى قلةٍ على الأقل من الجيل التالي يُعتبَر عملًا مهمًّا في معظم المجتمعات المتحضرة.

من شأن دراسةِ ما كان يجري تدريسه، والكيفية التي كان يجري تدريسه بها، أن يخبرنا الكثير عن جوانب الرياضيات التي كانت تُعتبَر ملائمةً، والأغراض التي كانت تهدف إليها. في هذا الفصل سنتناول حالتَيْ دراسة، لدينا وثائق جيدة نسبيًّا عنهما: فصل مدرسي في نيبور في جنوبي العراق، في وقت سابق على عام ١٧٤٠ قبل الميلاد، وآخَر في أكاديمية جرينرو في مقاطعة كمبريا بشمال إنجلترا بعد عام ١٨٠٠ ميلاديًّا بقليل.

فصل مدرسي بابلي

كانت مدينة نيبور القديمة — التي كانت تقع في أهوار الفرات بين مدينتَيْ بغداد والبصرة الحاليتين — مركزًا دينيًّا مُهمًّا، وبُنِيت حول معبد مخصَّص للإله إنليل. ومثل الأديرة في أوروبا العصور الوسطى فيما بعدُ، كانت معابد بابل تتلقَّى هباتٍ ماديةً، وأراضيَ وعمالة، وهكذا احتاجت إلى كتَّاب متمرِّسين، يمكنهم أن يتولَّوْا الحسابات المكتوبة. وكان الأطفال الذين قُدِّر لهم امتهان هذه المهنة، التي كان يجري توارُثها على الأرجح في العائلات، يبدءون تدريبهم مبكرًا.

ثمة منزل صغير من الطين والآجُرِّ في نيبور، يُعرَف الآن باسم «المنزل F»، يبدو أنه ربما كان إحدى المدارس المتعددة لتعليم الكتابة في المدينة. بُنِي المنزل F بالقرب من معبد للإلهة إنانا، في وقت تالٍ لعام ١٩٠٠ قبل الميلاد، واستُخدِم كمَدرسة قبل عام ١٧٤٠ قبل الميلاد بزمن وجيز. ومثل كل المنشآت من الطين والآجُرِّ، احتاج إلى الصيانة المنتظمة، وبعد التوقُّف عن استعماله كمَدرسة، أُعِيد بناؤه للمرة الرابعة أو الخامسة؛ في هذه العملية استخدم البنَّاءون مئات الألواح المدرسية المهمَلة وأدمجوها في أرض الحجرات والحوائط، وأثاث المنزل الجديد. كما وُجِدت ألواح أخرى مدمَّرة جزئيًّا مختلِطة مع كميات كبيرة من الطمي غير المستعمَل في صناديق.

عندما كان المنزل F يُستخدَم كمَدرسة، كان مقسَّمًا إلى ثلاث حجرات داخلية أو أربع، وفناءَيْن، واحتوى الفناءان على مقاعد طويلة وصناديق. للأسف لا نعرف أسماء الطلاب أو أعمارهم، الذين ربما لم يتواجد أكثر من واحد أو اثنين منهم في الوقت نفسه، ولا نعرف عددَ المرات التي كانوا يأتون فيها للدراسة أو مدةَ الدراسة نفسها؛ ومع ذلك، فإن طريقة استخدامهم للألواح مكَّنَتْ متخصِّصي الكتابة المسمارية من إعادة بناء مناهجهم الدراسية.

كثير من ألواح المنزل F كان مسطحًا من أحد الجانبين (الوجه)، ومستديرًا قليلًا من الجانب المعاكِس (الظهر). يحتوي الجزء الأيسر من الوجه على نَصٍّ نموذجي كَتَبَه مدرِّس، بينما كُتِبت نسخةُ التلميذ على الجانب الأيمن. يحتوي الظهر المستدير للَّوح على فقرات أطول من مادةٍ دُرِّست قبل ذلك، أُعِيدت كتابتها بغرض التدريب، أو ربما كاختبار للذاكرة. ومن نحو ألف وخمسمائة لوح من نيبور من هذا النوع، كلٌّ واحد يحتوي على مادة «أقدم» وأخرى «أحدث»، استطاع نيك فيلدهويس في تسعينيات القرن العشرين أن يستخلص نظامًا متسقًا للمناهج الأساسية، بدايةً من تقنيات الكتابة الأساسية وانتهاءً ببدايات اللغة السومرية الأدبية. وبعد أن طبَّقَتْ إليانور روبسون التقنيةَ ذاتها على نحو مائتين وخمسين لوحًا مشابِهًا من المنزل F، استطاعت عمل الشيء نفسه مع منهج الدراسة في المنزل F؛ ومن ثَمَّ اكتشفَتْ موضعَ الرياضيات داخله.

كانت خطوات الطالب الأولى هي تعلُّم التقنيات الصحيحة لكتابة العلامات المسمارية، ومَزْجها معًا لتشكيل أسماء شخصية. بعد ذلك كانوا يتعلَّمون الكلمات المكتوبة من خلال قوائم للكلمات، مبتدئين بالأشجار والأشياء الخشبية؛ ثم القصبات، والآنية، والجلد، والأشياء المعدنية؛ ثم الحيوانات، واللحوم، والأحجار، والنباتات، والأسماك، والطيور، والثياب، وهكذا دواليك. يُقدَّم للتلميذ بعض المفردات الرياضية، مع مقاييس لِسَعَة القوارب، وأوزان الأشجار والأحجار، وأطوال قصبات القياس. تظهر وحدات مقاييس وموازين أخرى أيضًا في قوائم مخصَّصة للأوزان والمقاييس فيما بعدُ.

بعد ذلك، كان من المتوقَّع من الطالب أن يحفظ عن ظهر قلب قوائمَ أعداد عكسية (أزواج أعداد تُضرَب حتى العدد ٦٠)، وأكثر من عشرين جدولَ ضربٍ قياسيًّا. إن قائمة الأعداد العكسية، على سبيل المثال، يمكن أن تبدأ على النحو التالي:

٣٠		٢
٢٠		٣
١٥		٤
١٢		٥
١٠		٦
٣٠	٧	٨
٤٠	٦	٩

٦	١٠
٥	١٢

(في «الحساب الستيني»، الذي ما زلنا نستخدمه للساعات والدقائق والثواني، ٧:٣٠ يكافئ ٧½، و٦:٤٠ يكافئ ٦⅔.)

تطلَّبت جداول الضرب ذاكرةً جيدة؛ على سبيل المثال: إن جدول الضرب لـ ١٦:٤٠ كان يبدأ على النحو التالي:

١		١٦	٤٠
٢		٣٣	٢٠
٣			٥٠
٤	١	٠٦	٤٠
٥	١	٢٣	٢٠

وقد قُدِّر أن التلميذ قد يحتاج إلى نحو عامٍ كي يتعلَّم مجموعةً كاملة من الجداول بجانب تمارين مدرسية أخرى. عند هذه المرحلة، يبدأ التلاميذ أيضًا في كتابة جُمَل سومرية كاملة، بعضها يحتوي على وحدات مقاييس وموازين دُرست قبل ذلك.

فقط بعد كل هذا، ولأنهم تعلَّموا أيضًا اللغة السومرية الأكثر تقدُّمًا، يبدأ الطلاب في تنفيذ حساباتهم الذاتية للأعداد التبادلية، والأعداد العكسية، وليس من جداول قياسية. يحتوي أحد الجداول «المتقدِّمة» القليلة من المنزل F بعض الحسابات المستخدَمة لإيجاد معكوس العدد ١٧ ٤٦ ٤٠ (الإجابة: ٣ ٢٢ ٣٠). هذه الحسابات مكتوبة على لوح يحتوي أيضًا على مقتطف من عمل أدبي معروف باسم «نصيحة المشرف للكاتب الشاب»، يتضمَّن بعض السلوكيات الأخلاقية، المبنية على ذاكرة المشرف نفسه، عندما كان طالبًا شابًّا:

قفزت مثل عود واثب، وبدأت في العمل.
لم أفارق إرشادات أستاذي،
لم أبدأ عمل أشياء وفق إرادتي.
كان معلمي شديد الابتهاج بعملي في المهمة الموكلة إليَّ.

معظم النصوص المتقدِّمة من المنزل F لم تكن رياضية، وإنما كانت مؤلَّفات أدبية، مثل «نصيحة المشرف». لكن الكثير منها احتوى على مراجع لاستخدامات المعرفة بالقراءة والكتابة، والحسابات العددية، في الإدارة الصائبة للمجتمع. وتقول سطور من ترنيمة إلى الإلهة نيسابا — الإلهة الراعية للكتاب — تمتدحها لإسباغها العطايا على الملك:

قصبة واحدة وحبل قياس من اللازورد،
عَصَا قياسٍ ولوح كتابةٍ يعطي الحكمة.

حجرة مدرسية في كمبريا

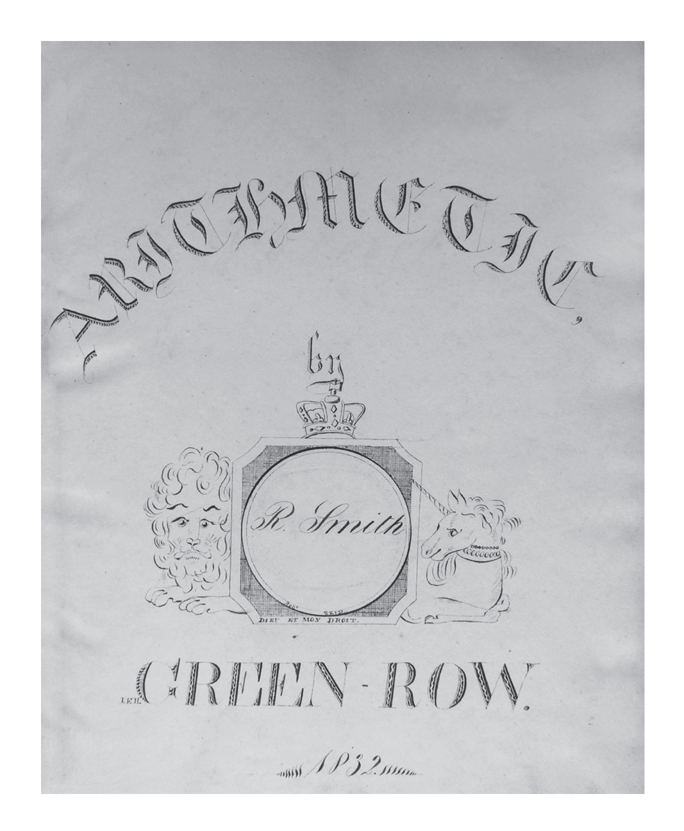
أَسَّس جون دراب أكاديميةَ جرينرو في عام ١٧٨٠، عند سيلوث على الساحل الشمالي الغربي لإنجلترا، جنوب الحدود الاسكتلندية بأميال قليلة. ومثل المدرسة في المنزل F في نيبور، كانت أكاديمية جرينرو أشبه بمؤسسة عائلية. كان والد دراب، المعروف باسم جون درابر، قد أدار فيما مضى مدرسةً في وايتهافن، على بُعْد ثلاثين ميلًا إلى الجنوب على الساحل نفسه. كانت مدرسة وايتهافن تهتم بموضوعات مرتبطة بـ «التجارة والملاحة»، وقد نشر درابر كتابَيْن مدرسيَّيْن كي يستعملهما تلاميذُه: «رفيق الجيب للطالب الشاب، أو: الحساب والهندسة وحساب المثلثات وفن القياس، محسوبة لتقدُّم الشباب في المدرسة» (١٧٧٢)، و«النظام الكامل لفن الملاحة» (١٧٧٣). وعندما تُوفِّيَ داربر في عام ١٧٧٦، ورث ابنه كتبَه، وأَجْهِزَتَه الرياضية، وبعضَ ممتلكاته، مما أمكنه من تأسيس أكاديمية جرينرو بعد سنوات قليلة. وبعد وفاة دراب نفسه في عام ١٧٩٥، انتقلت العناية بالمدرسة إلى فردٍ آخَر في العائلة؛ جوزيف سول، وهو قريب لزوجة دراب، وقد بقي مسئولًا عن المدرسة لنحو خمسين عامًا. لقد توسَّعت مناهج الدراسة لتتضمن الإغريقية والإسبانية، ودراسات متعلِّقة بالكتاب المقدس، لكنَّ أكاديمية جرينرو، مثل أمها في وايتهافن، استمرَّتْ في التأكيد الشديد على الدراسات الرياضية.

لم تجتذب المدرسة البنين من المنطقة المحلية فقط، وإنما من كل مكان في إنجلترا، بل حتى من بلاد ما وراء البحار. كان بالإمكان تسجيل أطفالٍ في التاسعة، بل سُجِّل مرةً طفلٌ في السادسة، كما تَعلَّمَ أحيانًا هناك شبَّان في أوائل العشرينيات من أعمارهم؛ لكنْ في المتوسط، تراوحَتْ أعمار معظم التلاميذ هناك بين أربعة عشر وخمسة عشر عامًا.

تُظهِر سجلات عام ١٨٠٩ أن أحد أصغر التلاميذ كان يُدعَى رولاند كوبر (عمره أحد عشر عامًا)، بينما أحد أكبر التلاميذ كان جيمس إيرفنج (عمره ثلاثة وعشرون عامًا)، كانَا يدرسان منهجَ الدراسة الأساسي نفسه في اللغة الإنجليزية، والكتابة، والحساب. كذلك دَرَسَ معظم الأولاد الآخَرين الرسمَ، وتعلَّموا إما الفرنسية وإما اللاتينية، مع نطاق واسع من الموضوعات الرياضية. إن منهج الدراسة الذي اتبعه جون كولمان (وكان عمره خمسة عشر عامًا) كان نموذجيًّا: الإنجليزية، والفرنسية، والكتابة، والرسم، والحساب، والهندسة، وحساب المثلثات، وفن القياس للمساحات والحجوم، والمساحة، ومسك الدفاتر، وحساب المثلثات الكروية، والفلك، والميكانيكا، والجبر، وإقليدس. من الموضوعات الرياضية الأخرى التي كان يمكن تقديمها: الساعة الشمسية، والقياس، والتحصين. أما جورج بيت (وكان عمره ستة عشر عامًا)، فيبدو أنه كان يملك قدرةً استثنائيةً؛ إذ أخذ دروسًا في القطاعات المخروطية، والتغيُّر المستمر (حساب التفاضل والتكامل بالشكل النيوتوني).

ومع ذلك فنحن محظوظون لأننا نملك من جرينرو أكثر من مجرد قوائم بالموضوعات؛ فقبل أن يُتوفَّى المعلم الرياضي جون هيرسي في عام ٢٠٠٥، كان قد جمع أكثر من مائتَيْ دفتر دراسي لمادة الرياضيات، كتبها تلاميذُ المدارس في كل مكان في إنجلترا وويلز بين عامَيْ ١٧٠٤ و١٩٠٧. لم تكن هذه كتبَ تمريناتٍ بالمعنى الحديث؛ التلاميذ لم يبدِّدوا أوراقًا غالية ليتمرَّنوا على مسائل متشابهة مرات ومرات، بدلًا من ذلك، فإنهم أدرجوا بعنايةٍ أمثلةً نموذجية لمسائل قياسية، وبهذا أَنْشَئوا لأنفسهم مجموعةً من الأمثلة المحلولة، التي يمكن أن يحملوها معهم لحياتهم المستقبلية. كثير من الأمثلة كان مأخوذًا من كتب مدرسية مبسطة في ذلك الوقت، وعلى وجه الخصوص من كتاب «مرشد المعلم» لفرانسيس ووكينجهام (الطبعة الأولى عام ١٧٥١)، ولكن من المؤكَّد أن هناك كتبًا أُخرى ابتكَرَها المدرسون أنفسهم لتلاميذهم.

تتضمَّن مجموعة هيرسي خمسة دفاتر مدرسية للتدريبات الرياضية، ملأها روبرت سميث في عامَيْ ١٨٣٢ و١٨٣٣ (انظر الشكل ٤-١). خلال هذين العامين، ملأ روبرت نحو ألف وسبعمائة صفحة بأمثلة رياضية، وبهذا تكون لدينا صورة مفصلة تمامًا عمَّا كان يدرسه. لم تكن هذه الكتب أول ما كتب روبرت؛ لأنه كان قد تجاوَزَ بالفعل العمليات الأولية للجمع والطرح والضرب والقسمة. إن أقدم كتاب باقٍ، من عام ١٨٣٢، يبدأ بـ «قاعدة الثلاث»؛ هذه كانت القاعدة التي مكَّنَتْ عددًا لا يُحصَى من أجيال الطلاب،



شكل ٤-١: الصفحة الأولى لدفتر روبرت سميث الرياضي، أكاديمية جرينرو، ١٨٣٢.

من الإجابة عن أسئلة مثل: عدد A من الرجال يحفرون قناة في عدد B من الأيام، كم يومًا يحتاج العدد C من الرجال حتى يؤدوا العمل نفسه؟ سُمِّيت هذه القاعدة هكذا لأنه يوجد بها ثلاث كميات معلومة (A, B, C)، ومنها يجب أن نجد الكمية الرابعة (الإجابة). لا بد أنَّ أصل المسألة ظهر في الهند، ومن المحتمل أنها انتقلت إلى الغرب مع الأعداد الهندية؛ كانت العملية شائعةً في الكتب الحسابية الإسلامية والأوروبية لقرون.

كانت قاعدة الثلاث تُدرَّس بالاستظهار؛ فطالب المدرسة الإنجليزي في القرن التاسع عشر لم يكن متوقَّعًا منه أن «يبدأ بعمل الأشياء وفق إرادته»، كما كان حال سابقيه من

الطلاب البابليين. وفي المثال أعلاه يجب أن يُعلَّم الطالب أنه يجب أن يضرب B في A ويقسم الناتج على C لإيجاد الإجابة الصحيحة. ولكن بالطبع كانت هناك دائمًا تنويعات للإمساك بالطالب الغافل؛ فقد كان على روبرت سميث أن يتعلم قاعدة الثلاث المباشرة وقاعدة الثلاث المعكوسة، وقاعدة الثلاث المزدوجة. هذه الموضوعات جاءت بعدها، ضمن أشياء أخرى، موضوعاتٌ أخرى مثل المقايضة والفائدة وقاعدة المشاركة (المشاركة في الربح)، والكسور العامة، والكسور العشرية، والمتواليات الحسابية والهندسية. يتناول دفتر آخَر — يبدو أنه كُتِب في العام نفسه — قائمةً مشابِهةً من الموضوعات، بادئًا بقاعدة الثلاث، ومنتهيًا بالمتواليات والنظام الاثنَيْ عشريِّ. يبدو أن الدفترين قد كُتِبَا على التعاقُب؛ لأن روبرت نفسه قد رقَّمَهما بالمجلد ١ والمجلد ٢، وليس واضحًا سبب تكرار تناوُله المادة مرتين.

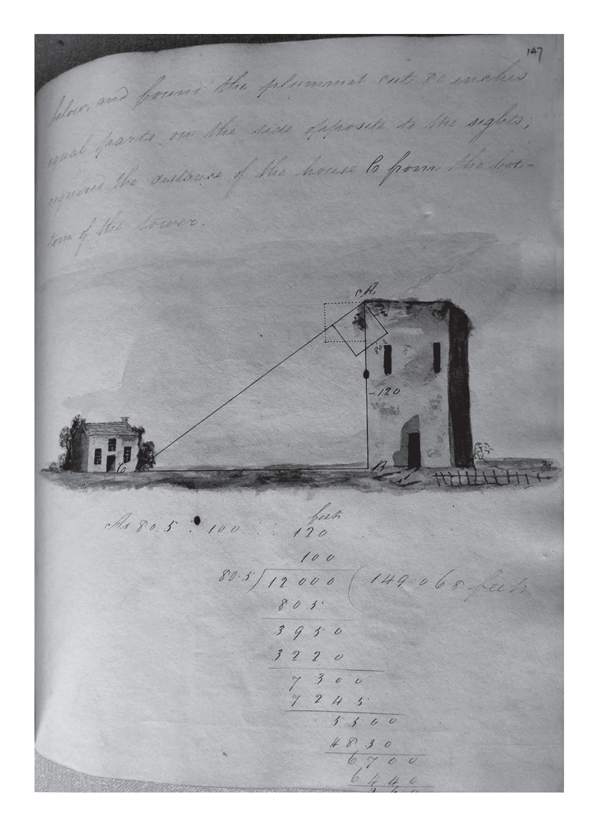
كثير من أمثلته مأخوذ من ووكينجهام، وهنا — على سبيل المثال — واحد من مثالين اثنين فقط على التباديل (والثاني على عدد التغييرات التي يمكن أن تُقرَع على ١٢ جرسًا):

> يأتي شاب إلى المدينة من أجل زيارة مكتبة جيدة، وقد اتفق مع مَن يوفر له المسكن على أن يعطيه أربعين جنيهًا إسترلينيًّا مقابل الطعام والسكن، وذلك طوال الفترة التي يستطيع فيها وضع أفراد عائلته (التي تتكوَّن من ٦ أفراد عداه هو نفسه) في مواضع مختلفة كلَّ يوم على العشاء. ما المدة التي يمكنه أن يمكثها لقاء هذه الأربعين جنيهًا؟

كتب روبرت الحلَّ الصحيح (١×٢×٣×٤×٥×٦×٧ = ٥٠٤٠ يوما) مباشَرةً بعد السؤال، ولكن بعدها، متبعًا ووكينجهام في هذه النقطة عن كثب، انتقل مباشَرةً إلى الكسور العامة.

يحتوي دفترَا الحساب اللذان وضعهما روبرت نحو عام ١٨٣٢ على نحو تسعمائة صفحة. وبالإضافة إلى ذلك، ملأ نحو خمسمائة صفحة أخرى في دفتر ثالث بعنوان «الهندسة وحساب المثلثات والقياس والمساحة»، يحوي بعضَ الرسوم التخطيطية الجميلة التي يبدو أنها حظيت بالتشجيع في جرينرو (انظر الشكل ٤-٢).

الدفتر التالي، الذي كُتِب على صفحة العنوان الخاصة به «الحساب، تأليف روبرت سميث، جرينرو ١٨٣٣»، يدور حول «أسئلة عملية على قواعد عامة». إن المسائل



شكل ٤-٢: مسألة في حساب المثلثات، مشروحة ومجاب عنها من جانب روبرت سميث، أكاديمية جرينرو، ١٨٣٢.

المعروفة باسم «فواتير الطرود» لها أهمية خاصة؛ لأن التلاميذ كانوا يضعون غالبًا أسماءهم والتواريخ الحاضرة بدلًا من تلك التي كان يطرحها ووكينجهام. تبدأ فاتورة روبرت الأولى على النحو التالي:

جرينرو، الثالث عشر من يوليو ١٨٣٢.
السيد توماس ناش.
اشتراها من روبرت إس سميث.

٨ أزواج من الجوارب الصوفية	بسعر ٤ سوليدي و٦ ديناري لكل زوج	١ جنيه ١٦ سوليدي ٠ ديناري
٥ أزواج من الخيوط نفسها	بسعر ٣ سوليدي و٢ ديناري لكل زوج	١٥ سوليدي و١٠ ديناري

تتواصل تواريخ أخرى على فواتير أخرى من يوليو ١٨٣٢ حتى أغسطس من العام نفسه، وهو ما يشي بأن روبرت ربما ملأ هذا الدفتر في عام ١٨٣٢، ولكنه لم يبدأه في ١٨٣٣ وإنما أنهاه آنذاك، وهو التاريخ المدون على صفحة العنوان. يظهر اسم توماس ناش في موضع آخَر في نهاية دفتر روبرت الأول، وبالتوازي مع اسم شخص يُدعَى روبرت ريد، وهو ما ينمُّ عن أنهما ربما كانَا مدرِّسَيْه؛ ويظهر روبرت ريد مرةً أخرى في العملية الحسابية التالية:

١٨ ياردة من الشرائط الناعمة	بسعر ٠ جنيه و١٢ سوليدي و٣ ديناري للياردة	١١ جنيهًا و٠ سوليدي و٦ ديناري
٥ أزواج من القفازات الجلدية الرقيقة	بسعر ٢ سوليدي و٣ ديناري لكل زوج	١١ سوليدي و٣ ديناري

وهكذا.

اكتمل الدفتر الثاني في عام ١٨٣٣ وكان عن «قياس الجوامد»، وتضمَّنَ حسابات معقَّدة عن حجوم ومساحات سطوح المجسمات المنتظمة الخمسة (رباعي السطوح، والمكعب، وثُماني السطوح، واثني عشري السطوح، وعشريني السطوح)، كما تضمَّنَ حسابات مماثلة لتلك التي يستخدمها بنَّاءو الآجُرِّ والبنَّاءون والنجارون وصنَّاع الأردواز والدهَّانون ومركبو الزجاج والسباكون وآخرون، مع الوحدات المناسبة التي يستخدمها كلُّ واحد منهم؛ على سبيل المثال: تَعلَّمَ روبرت أن الدهَّانين يقدِّرون مساحات «ألواح تغطية الحوائط والأبواب ومصاريع النوافذ» بالياردة المربعة، ولكن «يجب دائمًا استقطاع مساحات المدافئ والفتحات الأخرى».

للأسف، نحن لا نعرف كم كان عمر روبرت عندما فعل كل هذا، ولكننا نستطيع أن نرى أن سنواته في جرينرو منحته تعليمًا رياضيًّا نظريًّا وعمليًّا محكمًا.

الفتيات

ترددْتُ في إدراج قسمٍ يعامل مجموعة من الناس تشكِّل نصف الإنسانية وكأنها قلة، ولكن لا مفرَّ من حقيقة أنه طوال معظم تاريخ معظم المجتمعات لم يكن يُعتقَد أنه من الضروري — أو من الملائم في واقع الأمر — تعليم الفتيات، وبالتأكيد ليس في مجالاتٍ مثل الرياضيات أو العلوم؛ ولهذا فإنه ليس مستغربًا ملاحظة أنه كان هناك عدد قليل جدًّا من النساء المشتغلات بالرياضيات، تمامًا مثلما كان هناك عدد قليل من النساء الكاتبات أو المحاميات أو الطبيبات حتى زمن قريب. هذه الحالة لا بد أنها تركت عددًا لا يُحصَى من آلاف النساء الذكيات مُحبَطات إلى حدٍّ ما. وعلى الرغم من ذلك، كان هناك من حينٍ إلى آخَر بعض النساء اللائي أُعطِين فرصةَ تعلُّمِ الرياضيات، أو خَلَقْنَ لأنفسهن هذه الفرصةَ.

من أمثلة تلك النسوة أولئك اللاتي كنَّ يمتلكن من الثراء ووقت الفراغ ما يمكِّنهن من دراسة ما يَشَأْنَ. من الأمثلة المبكرة لهذا الإمبراطورةُ الصينية دينج، التي أخذت دروسًا في الـ «سوان شو» في نهاية القرن الأول الميلادي. وعلى غير المعتاد في هذه الفترة، تعلَّمَتْ على يد امرأة أيضًا، تُدعَى بان زهاو. بعد ذلك بفترة طويلة، في أربعينيات القرن السابع عشر، تلقَّتْ إليزابيث أميرة بوهيميا، وكريستينا ملكة السويد، دروسًا من ديكارت، وإنْ كانتا على الأرجح أكثر اهتمامًا بالفلسفة من الرياضيات. وبعد قرن، كان الأوروبي الرياضي الأشهر، ليونهارت أويلر، قد كتب أكثر من مائتَيْ خطاب عن الرياضيات والموضوعات العلمية إلى أميرة أنهالت دساو، ابنة شقيق فريدريك الكبير ملك بروسيا، وقد نُشِرت هذه الرسائل بالفرنسية والروسية والألمانية وأخيرًا بالإنجليزية تحت عنوان «رسائل إلى أميرةٍ جرمانيةٍ»، ولا تزال تُطبَع إلى يومنا هذا.

لكن الطريق الأكثر شيوعًا لتعلُّم الرياضيات بالنسبة إلى المرأة العادية، كان أن يعلِّمها والدها أو زوجها أو أخوها؛ على سبيل المثال: في القرن التاسع عشر قبل الميلاد، كان هناك كاتبتان من النساء في مدينة سيبور البابلية؛ وهما الأختان آنانا أماجا ونيج نانا. يبدو أنهما تعلَّمَتَا المهنة على الأرجح من والدهما، آبا تابوم، الذي كان كاتبًا هو أيضًا. وبعد ألفَيْ عام تلقَّتِ الإمبراطورة دينج وأشقاؤها أولَ تعليمهم من والدهم، على الرغم من أن أمهم، فيما يبدو، كانت ترى أن هذا تبديد لوقت الفتاة. كانت بان زهاو، المعلمة اللاحقة للإمبراطورة، أخت العالِم بان جو، وقد فهمت عملَه بدرجة كافية مكَّنَتْها من استكماله بعد وفاته، بما في ذلك رسالة عن التنجيم. ربما كان أشهر زوج مكوَّن

من أب وابنته في الرياضيات هو ثيون وهيباتيا في آخر القرن الرابع بالإسكندرية، لكن لم تصل إلينا أية كتابات مباشِرة من هيباتيا نفسها، بل لدينا فقط روايات ثانوية عن حياتها وموتها الذي اكتنفته أساطير كثيرة.

استمرَّ تعليم البنات داخل أُسَرهن إلى بدايات الحقبة الحديثة. كتب جون أوبري في سبعينيات القرن السابع عشر عن صديقه السابق إدوارد دافينانت، قس جيلينجهام في دورست، ذاكِرًا حبَّه للرياضيات، على الرغم من أنه «بسبب كونه كاهنًا، كان غير راغب في أن يطبع أعماله؛ لأن الدنيا لا ينبغي أن تَعْلَم كَمْ قضى فيه من وقت كثير.» إن دافينانت لم يُدرِّس الجبر لأوبري نفسه فحسب، وإنما لبناته أيضًا:

> كان مستعِدًّا دائمًا أن يدرِّس ويرشد. لقد كان صاحبَ الفضل عليَّ؛ إذ كان أول مَن علَّمني الجبر. كانت بناته متخصِّصات في الجبر.

في الحقيقة، إننا ندري ماذا علَّمَ إدوارد دافينانت ابنتَه الكبرى؛ آن، فيما يتعلَّق بالجبر؛ لأنه في عام ١٦٥٩ نسخ أوبري، الحريص على تسجيل كل الشئون الإنسانية، مذكرات آن. لقد وُلِدت آن قبل عام ١٦٣٢ (هذا تاريخ ميلاد أختها الأصغر كاثرين)، وتزوَّجَتْ أنطوني إتريك في عام ١٦٥٠، وهكذا فإنه من المحتمل أنها تدرَّبَتْ على الجبر في بواكير أربعينيات القرن السابع عشر. وقد عُنْوِنت نسخة أوبري من عملها كالآتي:

> نَسختُ هذا الجبر من نسخة السيدة آن إتريك، الابنة الكبرى لدكتور دافينانت، المتخصِّص البارع في المنطق.

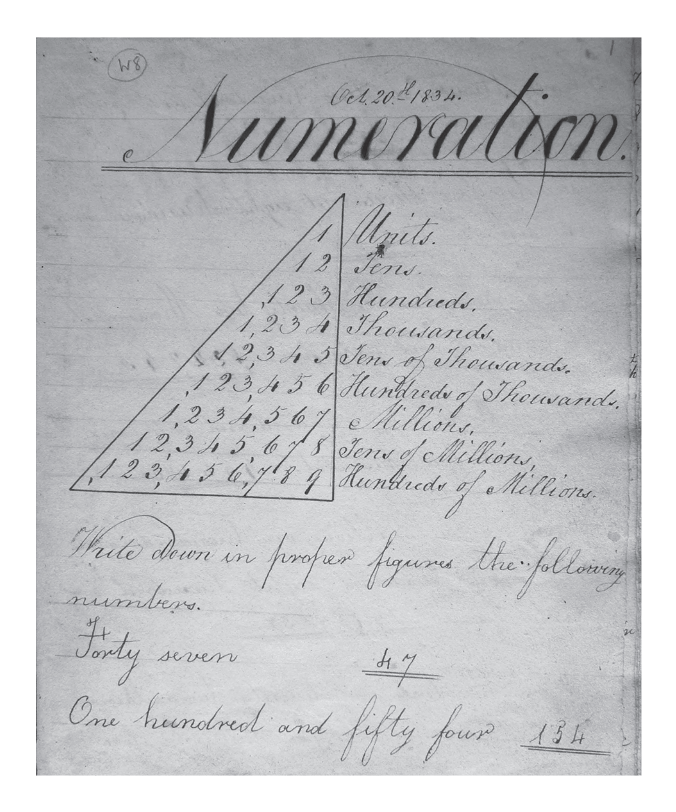
إن المسائل الواردة في بداية مذكرات آن — وكذلك اللغة اللاتينية التي كُتِبت بها — مماثلة لتلك التي يدرسها أي مبتدئ شاب؛ على سبيل المثال: في واحدة منها، كانت بعض الفتيات يتجولن حين برز شاب وحيَّاهن باللاتينية: «مرحبًا أيتها العذارى الاثنتا عشرة.» وقد أجابت إحدى الفتيات في التو، وباللاتينية أيضًا: «إذا ضُرِب عددُنا في خمسة، فسيزيد عددنا عن الاثنتي عشرة مثلما يقلُّ عددنا الآن عن اثنتي عشرة.» كم كان عدد الفتيات؟ بعد صفحات متعدِّدة نجد آن تحل مثالًا وضَعَ صيغته الخوارزميُّ في بغداد، وحلَّه قبل ذلك بثمانية قرون: ما العدد الذي إذا ضُرِب في ٦، ثم أُضِيف إليه ١٦، كان الناتج مربع العدد نفسه؟ (بالرموز الحديثة: $6x + 16 = x^2$). وأخيرًا، فإنه بالقرب من نهاية المذكرات، أصبحت كلٌّ من اللغة اللاتينية والرياضيات أكثر نضجًا. وتأتي المسألة الأخيرة

من كتاب «الحساب» لِديوفانتس: اقسمْ ٣٧٠ إلى مكعبين، جذراهما عددان صحيحان مجموعهما ١٠. كانت آن قادرة على أن تُظهِر أن الإجابة هي ٧[٣] زائد ٣[٣]. لقد اختيرت الأعداد في المسألة بعناية حتى تكون الإجابة سهلة، ولكن المسألة تكون مستحيلة إذا حلَّ مكعبٌ كامل محلَّ العدد ٣٧٠، وهو ما كان فيرما — الذي وضع نظريته في الوقت نفسه تقريبًا — بصدد اكتشافه في تولوز البعيدة.

حتى مرور سنوات عديدة من القرن الثامن عشر، كان من المرجح أن تتعلَّم الفتياتُ الرياضياتِ فقط إذا كنَّ يتمتعنَ بمكانة اجتماعية أو بآباء على اتصال بهذا المجال، كما هي الحال بالنسبة إلى الإمبراطورة دينج وآن دافينانت. استفادت صوفي جرمين، وهي واحدة من الشخصيات الرئيسية التي حقَّقَتْ تقدُّمًا في نظرية فيرما الأخيرة، من الأَمْرَين؛ فقد وُلِدت في عائلة غنية ومتعلِّمة في باريس عام ١٧٧٦، وكانت في سن الثالثة عشرة بالضبط عندما اندلعت الثورة الفرنسية؛ وبينما كانت قابعةً في دارها، كانت تروِّح عن نفسها بالقراءة في مكتبة أبيها، واكتشفت الرياضيات، وهو موضوع لم يظن أبواها في البداية أنه ملائِمٌ لها، بَيْدَ أنهما استجابَا لها بعدما أحسَّا إصرارها. وعندما كانت في الثامنة عشرة استطاعت الحصول على مذكرات المحاضرات من المدرسة المتعددة التكنولوجية المُفتتَحة حديثًا، وعلى الرغم من عدم السماح لها بحضور المحاضرات، فقد قدَّمَتْ أعمالها تحت اسمٍ مستعارٍ؛ السيد لوبلان، إلى واحد من أكبر أساتذة المدرسة؛ جوزيف لوي لاجرانج. بعد ذلك بأربعة أعوام راسلَتِ الرياضي الألماني الكبير كارل فريدريش جاوس، مرةً أخرى تحت الاسم المستعار نفسه لوبلان. وإحقاقًا للحق، استمرَّ كلٌّ من لاجرانج وجاوس في الإعجاب برياضياتها وشجاعتها، حتى بعدما اكتشفَا هُويَّتَها الحقيقية. لقد ناضلت صوفي ضد الصعاب معظمَ حياتها؛ إذ لم يُتَحْ لها قطُّ نوعُ التعليم الذي قد يتاح لفتًى له مثل موهبتها، وكان عملُها تشوبه الأخطاء وعدم الاكتمال. لم تتقلد صوفي قطُّ أيةَ وظيفة رسمية؛ ومع ذلك، فبعد وفاتها في عام ١٨٣١، علَّقَ جاوس بأنها كانت جديرةً بالحصول على مرتبة شرف من جامعة جوتنجن؛ واحدة من أهم مراكز الرياضيات في أوروبا.

كثيرًا ما تصوِّر المقالات أو الملصقات التي تدور حول موضوع «النساء في الرياضيات» كلًّا من هيباتيا وصوفي جرمين، لكن للأسف ليس لأنهما نموذجان لزمانَيْهما ومدينتَيْهما، ولكنْ لأنهما ليستا كذلك. إن النساء غير البارزات مثل بان زهاو وآن دافينانت يُعْدَدْنَ، إجمالًا، أكثرَ تمثيلًا لواقع النساء في مجال الرياضيات والتعليم الرياضي.

بحلول القرن التاسع عشر تَحسَّنَ موقف الفتيات ببطء في أوروبا الغربية، عندما بدأْنَ يستفدن بأعداد كبيرة من التعليم في المدارس الابتدائية. لا تحتوي مجموعةُ هيرسي إلا على دفاتر قليلة كتبتها فتيات، ولكن الدفاتر تمنحنا نظرةً على نوعية الرياضيات التي كانت تُدرَّس للفتيات في مختلف مدارس إنجلترا وويلز.


W8
Oct. 20th 1834.
Numeration.

1	Units.
1 2	Tens.
,1 2 3	Hundreds.
1,2 3 4	Thousands.
1 2,3 4 5	Tens of Thousands.
,1 2 3,4 5 6	Hundreds of Thousands.
1,2 3 4,5 6 7	Millions.
1 2,3 4 5,6 7 8	Tens of Millions.
,1 2 3,4 5 6,7 8 9	Hundreds of Millions.

Write down in proper figures the following numbers.

Forty seven 47

One hundred and fifty four 154

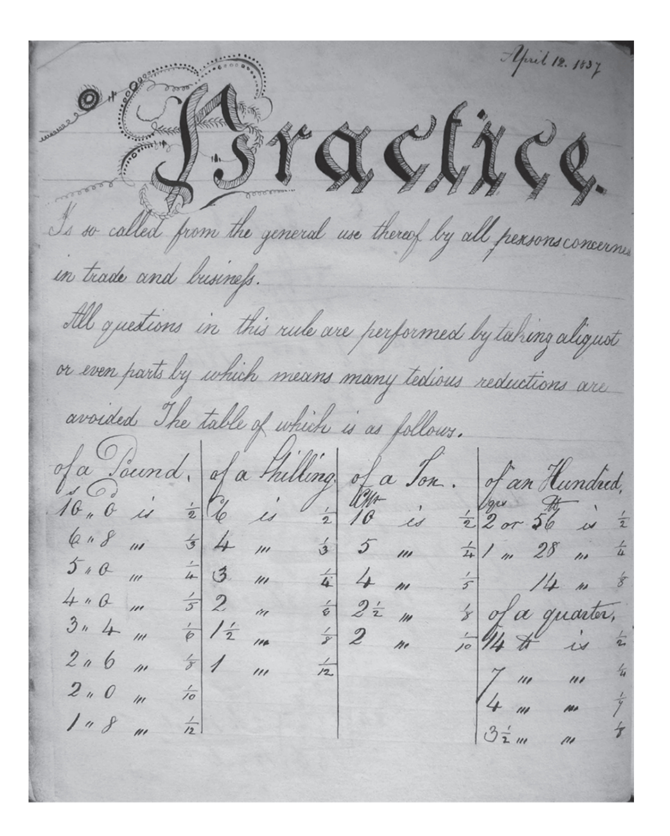
شكل ٤-٣: الصفحة الأولى لدفتر تدريبات آن ويتمان، بتاريخ العشرين من أكتوبر ١٨٣٤.

في عام ١٨٣١، العام الذي سبق بداية تدوين روبرت سميث دفاترَه المذكورة أعلاه في جرينرو؛ عملَتْ إليانور ألكسندر، في مدرسة فيرووتر في وادٍ بشمال نيوبورت في جنوب ويلز، على مسائل الاختزال (مثلًا: «حوِّلْ ٣٠ جنيهًا و١ سوليدي و١$\frac{١}{٤}$ إلى

فاردنج»)، وقاعدة الثلاث (مثلًا: «إذا كان ثمن ١٧ ياردة من القماش هو ٣ جنيهات و١٠ سوليدي، فكم يكون ثمن ٦٥ ياردة؟») بلغ عدد صفحات الدفتر ١٢٧ صفحة، وتألَّفَ فقط من هذين النوعين من المسائل. وبعد ثلاثة أعوام، بدايةً من أكتوبر ١٨٣٤، شرعت آن ويتمان في آبلتون-لو-مورز، بالقرب من يورك، في دراسة كتاب «مرشد المعلم» لِووكينجهام (انظر الشكل ٤-٣). كل تدويناتها الأولية مؤرَّخة، وبهذا نعلم أنها قَضَتْ في تعلُّم الجمع البسيط حوالي عشرة أيام، ولكنها أمضت شهرًا كاملًا في عملية الضرب، وبعد أعياد الميلاد عملت على الجمع المركَّب (النقود، وقياس القماش، وقياس الأرض، وقياسات الجعة والمِزر، وأشياء أخرى)، وفي نهاية مارس وصلت إلى فواتير الطرود. في حالتها، ذهبَتْ أزواجُ الجوارب الصوفية الثمانية إلى السيدة دبليو إم جي أتكينسون (ربما كانت معلمتها)، بينما اشترى السيد هنري ويتمان (ربما كان والدها أو أخاها) ١٥ ياردة من الساتان. وفي أبريل ١٨٣٧، وصلت إلى «التمرين»، وهو طريقة معتمَد عليها لمعرفة كسور الأوزان القياسية والمقاييس (انظر الشكل ٤-٤). انتهى دفترها بعد مائتين وخمسين صفحة في العاشر من مايو ١٨٣٧، وهو الوقت الذي وصلت فيه في دراستها كتابَ ووكينجهام إلى موضوع الفائدة المركَّبة، وبهذا فقد أتمَّتْ فيما يقلُّ عن ثلاث سنوات، ما أتَمَّه روبرت سميث في ثلاثة أشهر، لكنه مع ذلك مقدار محترم من الرياضيات.

بعد عشرين عامًا، درست إليزابيث أترسول من ستينفيلد في لينكونشير هي الأخرى كتابَ ووكينجهام، من الجمع المركَّب إلى قاعدة الثلاث (مثلًا: «إذا كان ثمن ثلاثة أرطال من البن هو ١ جنيه و١ سوليدي و٨ ديناري، فماذا يجب أن يُدفَع مقابل ٢٩ رطلًا و٤ أوقية؟») وفي حالتها، ذهبت ثمانية أزواج من الجوارب الصوفية إلى السيدة تشابل في الثاني والعشرين من أكتوبر عام ١٨٥٠. ومع ذلك، كان الحال مختلفًا قليلًا بالنسبة إلى الآنسة آي نورمان في أكاديمية السيد إنجلسون، في شارع دورست في هولم بمانشستر عام ١٨٦١؛ كان دفترها مطبوعًا عليه اسم المدرسة، على ورق أزرق باهت، ومزوَّدًا بهوامش مكوَّنة من خطين مُسطَّرين لونهما أحمر. على الصفحة الأولى كتبَتِ الآنسة نورمان: «حساب متقدِّم.» ولكنها للأسف لم تتقدَّم كثيرًا؛ فكلُّ صفحة من صفحات الدفتر الستين مليئةٌ بعمليات ضرب أو قسمة الجنيهات والشلنات والبنسات (مثلًا: «ماذا يجب عليَّ دفعه لقاء ٤٧٦٧ ياردة من القماش، إذا كان سعر الياردة ٧ $\frac{٨}{٩}$ ديناري؟») وبعد عام درست إليزابيث داوسون من مدرسة كارشيلد في نورث أمبرلاند قاعدةَ الثلاث

دراسةً مكثَّفة، وتدرَّبت كثيرًا على «التمرين»؛ فمثلًا: لإيجاد «قيمة ٧٢٣٤ ياردة، بسعر ٦ سوليدي و٨ ديناري للياردة الواحدة»، فإنها استخدمَتْ حقيقة معروفة لكل طفلِ مدرسةٍ إنجليزيٍّ قبل عام ١٩٧١، وهي أنَّ ٦ سوليدي و٨ ديناري يساوي $\frac{1}{3}$ جنيه إسترليني. ومع ذلك، فقد كان أقلَّ سهولةً إلى حدٍّ ما بالنسبة إليها إيجادُ تكلفة ٦٥ قدمًا و$٣\frac{1}{4}$ بوصات، بسعر ٣ سوليدي و$٧\frac{3}{4}$ ديناري للقدم.



April 12. 1837

Practice.

Is so called from the general use thereof by all persons concerned in trade and business.

All questions in this rule are performed by taking aliquot or even parts by which means many tedious reductions are avoided The table of which is as follows.

of a Pound.			of a Shilling.			of a Ton.			of an Hundred.		
s d			d			Cwt			qrs lb		
10 „ 0	is	1/2	6	is	1/2	10	is	1/2	2 or 56	is	1/2
6 „ 8	„	1/3	4	„	1/3	5	„	1/4	1 „ 28	„	1/4
5 „ 0	„	1/4	3	„	1/4	4	„	1/5	14	„	1/8
4 „ 0	„	1/5	2	„	1/6	2½	„	1/8	of a quarter.		
3 „ 4	„	1/6	1½	„	1/8	2	„	1/10	14 lb	is	1/2
2 „ 6	„	1/8	1	„	1/12				7	„	1/4
2 „ 0	„	1/10							4	„	1/7
1 „ 8	„	1/12							3½	„	1/8

شكل ٤-٤: واحدة من الصفحات الأخيرة في دفتر تدريبات آن ويتمان، بتاريخ الثاني عشر من أبريل ١٨٣٧.

بدايةً من أبريل عام ١٨٦٦، قضَتْ إيزابيلا لاند — وهي تلميذة في مدرسة بريطانية متوسطة في بولتون-لو-ساندز في لانكشير (أُسِّسَتْ أولًا للبنين فقط) — أكثر من عام لتتقدَّم من الجمع البسيط إلى قاعدة الثلاث. وبعد ذلك التاريخ بعام، ملأت الآنسة جي جونز، من مدرسة روبستون هول المتوسطة للبنات في جلوسستر، تدريجيًّا عشرين صفحة من الفواتير، ذهبت فيها ثمانية أزواج من الجوارب الصوفية إلى الآنسة جنكينز في يوليو عام ١٨٦٨.

إن دفاتر الفتيات المختارة أعلاه هي بعض تلك الدفاتر التي نعلم عنها اسم صاحباتها والمدارس والتاريخ، ومن دون المزيد من الأبحاث لا يمكننا أن نفترض أنها ممثِّلة للحال وقتها؛ بَيْدَ أنها تنمُّ عن أن تعليم الرياضيات للبنات كان له تأكيدٌ عملي (لا وجودَ لإقليدس هنا)، وفوق ذلك، فإنه وفق المعايير الحديثة كان التقدُّم أحيانًا بطيئًا للغاية ويتَّسِم بالتكرار. ومع ذلك، فإن الفتيات اللائي كَتَبْنَ هذه الدفاتر كُنَّ مثقَّفاتٍ ويُحْسِنَّ العدَّ والسردَ، خاصةً إذا ما قُورِنَّ بنظيراتهن في الأجيال السابقة.

لكن من أجل الانتقال من الرياضيات الابتدائية إلى التعليم الجامعي، تَطلَّبَ الأمر قوةً خاصة للشخصية. وسننهي هذا القسم بعَقْد مقارَنةٍ بين امرأتين تمكَّنَتَا من الوصول إلى أعلى المراكز المهمة في نظامَي التعليم في بلدَيْهما؛ وهما لورا فيليب من اسكتلندا، وفلورينتيا فونتوكلي من اليونان.

كانت فلورا فيليب واحدةً من أوائل النساء اللاتي تخرَّجْنَ في جامعة إدنبرة عام ١٨٩٣، ولكنها كانت قد التحقَتْ بالجمعية الرياضية قبل ذلك بسبع سنوات. لم يكن معظم تعليمها في الرياضيات العليا مكتسَبًا في الحقيقة من الجامعة، ولكن من جمعية إدنبرة للتعليم الجامعي للمرأة. أُسِّست هذه الجمعية عام ١٨٦٧ لتقدِّم تعليمًا يفوق مستوى التعليم المدرسي للنساء، موازيًا لذلك الذي تقدِّمه الجامعةُ للرجال. ومنذ وقت مبكِّر تضمَّنَتْ مقرراتُ المحاضرات في الجمعية مادةَ الرياضيات، على الرغم من بعض المعارَضة من أولئك الذين اعتبروها «خارج نطاق اهتمام السيدات تمامًا». كان الهدف تدريس الرياضيات نفسها كما تُدرَّس في الجامعة، ولكنْ لأنَّ نساءً كثيراتٍ أُعدِدْنَ إعدادًا سيئًا في تعليمهن المدرسي الابتدائي، لم يكن المستوى الذي وصلْنَ إليه مرتفعًا كما في مقررات الجامعة قطُّ؛ ومع ذلك، تعلَّمْنَ الهندسة الإقليدية والجبر وحساب المثلثات والقطاعات المخروطية. كان عدد النساء اللائي يَدْرسن المقررات صغيرًا جدًّا، ومع ذلك أفاد أحد المحاضرين بأن: «حماسة ومثابرة الطالبات تعوِّضان عن صِغَر الأعداد تعويضًا

مضاعفًا.» فيما بعدُ، قُدِّم مقرَّر أكثر تقدُّمًا، ومنه تأهَّلَتْ فلورا فيليب بنجاح في عام ١٨٨٦، وهو العام نفسه الذي التحقت فيه بالجمعية الرياضية في إدنبرة. وفي عام ١٨٩٣ مُنِحت درجتها من الجامعة، وكانت وقتَها تُدرِّس بالفعل لبعض الوقت في مدرسة سانت جورج للبنات، وهي مدرسة أسَّسَتْها الجمعية. في العام نفسه تزوَّجَتْ، وبعد ذلك انسحبت من الحياة الأكاديمية والجمعية الرياضية في إدنبرة.

أما عن السيرة الذاتية لفلورينتيا فونتوكلي، فقد وُلِدت في عام ١٨٦٩ في أثينا، وجرت حياتها في خطوط متوازية متعددة مع فلورا؛ فبينما كانت فلورا تَدرُس الرياضيات بالجمعية في إدنبرة في ثمانينيات القرن التاسع عشر، كانت فلورينتيا فونتوكلي تدرس دبلومة معلم المدرسة من مدرسة أرساكيون النظامية للبنات في أثينا، وبعد ذلك منح مجلس مدارس أرساكيون فلورينتيا اعتمادًا ماليًّا لدراسة علم أصول التربية في برلين لمدة عام، وبعدئذٍ طلبت مدًّا لتحصِّل درجةً من زيوريخ في الرياضيات، لكنَّ المجلس رفَضَ. (على الجانب الآخَر، فإن أخاها ميخائيل أصبح رياضيًّا، وعمل فيما بعدُ في هامبورج.) عادت فلورينتيا لتُدرِّس في مدرسة أرساكيون في كورفو، خلال السنوات نفسها التي كانت فلورا تُدرِّس فيها في مدرسة سانت جورج. وفي عام ١٨٩٢ حين قُبِلت فلورا عضوًا في جامعة إدنبرة، قُبِلت فلورينتيا عضوًا في قسم الرياضيات بجامعة أثينا، وكانت أول امرأة تنال هذا الشرف. لكن على النقيض من فلورا، يبدو أنها لم تتخرَّج فيها. بدلًا من ذلك، استمرت في التدريس في مدرسة للبنات في أثينا، أسَّسَتْها مع صديقتها إيرين بيناري. في عام ١٨٩٩، كانت توقِّع باسم فونتوكلي-سبينللي؛ مما يوحي بأنها ربما تزوَّجَتْ من لودفسكي سبينللي، وهو مدرس، لكن ليست الحقائق المحيطة بهذا الأمر جليةً. وللأسف، في السنوات الأخيرة من تسعينيات القرن التاسع عشر، قبل أن تبلغ الثلاثين من عمرها، بدأت صحتها تتدهور، وذهبت لتعيش في إيطاليا، حيث ماتت عام ١٩١٥.

كان على كلٍّ من فلورا وفلورينتيا أن تناضل كي تُحصِّل نوعَ التعليم الذي أرادَتْه، وعلى الرغم من ذلك، فقد كانت جامعتا إدنبرة وأثينا متقدِّمتين على جامعات أخرى؛ فجامعة كامبريدج لم تمنح العضوية الكاملة للنساء حتى عام ١٩٤٧.

التعليم الذاتي

حتى قرنين ماضيين من الزمان، لم يتلقَّ أيَّ نوع من التعليم الرياضي، سوى عدد قليل من الفتيات في أي مكان في العالم، وحتى بالنسبة إلى الفتيان فإن تعليم الرياضيات

الإجباري يُعَدُّ ظاهرةً حديثةً نسبيًّا. وفي إنجلترا في القرن السابع عشر، كما رأينا في حالة واليس وبيبس، كان من الممكن إكمال الدراسة العادية والجامعية حتى نهايتها دون تعلُّم الكثير من الرياضيات؛ ولهذا كان أولئك الذين يتمتعون باستعداد خاص أو ميل للموضوع في أحوال كثيرة، يعلِّمون أنفسهم تعليمًا ذاتيًّا بالأساس. هذه كانت حالة فيرما، الذي تَعلَّمَ بعضًا من أكثر الرياضيات تقدُّمًا في زمنه، مِن كُتُبٍ امتلكها والد صديقه إتيان ديسبانيه في بوردو. هذه أيضًا كانت حالة إسحاق نيوتن، أحد أعظم الرياضيين في القرن السابع عشر؛ ربما تَعلَّمَ نيوتن شيئًا من الرياضيات الأولية في مدرسته المتوسطة في جرانثام في لينكونشير، ولكنه تعلَّمَ أكثر كثيرًا جدًّا من خلال قراءته الذاتية كطالب في كامبريدج في ستينيات القرن السابع عشر؛ وبعد سنوات عديدة وصَفَ لصديقٍ له كيف أنه قرأ هندسةَ ديكارت، التي أُعِيد نَشْرها باللاتينية قبل ذلك بسنوات قلائل. كثيرٌ من الناس يدركون صعوبةَ قراءةِ أيِّ نصٍّ رياضي جديد غريب، وقلةٌ قليلة منهم سيضاهون نيوتن في عناده وإصراره الذاتي الدافع.

> لقد اشترى كُتُبَ هندسةِ ديكارت وقرأها بنفسه، وعندما كان ينتهي من صفحتين أو ثلاث صفحات، لم يكن يستطيع أن يفهم أبعد من ذلك، عندئذٍ فإنه كان يبدأ مرةً أخرى وينتهي بعد ثلاث أو أربع صفحات أبعد، إلى أن ينتهي إلى موضعٍ صعبٍ آخَر، وعندئذٍ يبدأ مرةً ثالثة ويتقدَّم إلى موضع أبعد، ويستمر في عمله إلى أن يتقن فهْمَ كلِّ ما قرأه.

نحن نعلم من مخطوطات نيوتن الباقية أنه تَقدَّمَ بطريقة شبيهة في نصوص معاصرة أخرى، وأنه عمل على المادة التي وجدها فيها ليبتكر رياضياتٍ تجاوزَتْ كثيرًا ما أنتجه أيٌّ من سابقيه.

وفي القرن السابع عشر، وإلى حدٍّ ما في القرن الثامن عشر، كان الشخص الذي لديه دافع كافٍ، لا يزال يستطيع أن يقرأ ويتعلَّم من معظم ما كان موجودًا من الأدبيات الرياضية المكتوبة. وحتى في بداية القرن التاسع عشر، تمكَّنَتْ صوفي جرمين من تعليم نفسها بعضًا من أهم الرياضيات المتقدِّمة في زمنها، ولكنها كانت تنتمي إلى آخِر جيل كان هذا الأمر ممكنًا بالنسبة إليه. وبحلول القرن العشرين، لم يَعُدْ ذلك ممكنًا إلا لعباقرة ذوي مواهب رياضية ممتازة تمامًا مثل رامانجن؛ الرياضي الهندي الذي علَّمَ نفسه. أما أندرو وايلز، فإنه بالتأكيد لم يعلِّم نفسه؛ إذ انتظم لسنوات عديدة في التعليم الرسمي،

وحتى أكثر الموهوبين في الرياضيات يحتاج الآن لهذه السنوات من الدراسة للتعرُّف على بعض المسائل والتقنيات والاصطلاحات في هذا الفرع من المعرفة. إن الرياضيين «الهواة»، عندما كان بمقدور أي شخص تقريبًا أن يصوغ مسألة فاصلة مثل نظرية فيرما الأخيرة، قد ولَّى زمنهم منذ بعيد.

ومع ذلك، فإنه من حين إلى آخَر، يستمر الكتاب في ابتكار روايات خيالية عن أفراد تمكَّنوا من تعلُّم الرياضيات من كتابات شخصٍ آخَر، وكانوا جيدين بدرجة كافية لفهم أعماله والتوسُّع فيها. إحدى هذه القصص هي «السيدة أينشتاين»، ومؤلفتها آنا ماكجريل، وأخرى مسرحية أحدث بعنوان «برهان» لمؤلفها ديفيد أوبورن؛ في كلتَيْهما كانت البطلة ابنةً لعالِم رياضيات (رأينا هذه الصورة سابقًا في الحياة الواقعية) تمكَّنَتْ من تعليم نفسها إلى مستويات عالية للغاية بفضل أعمال والدها. لكنْ للأسف، حقيقة الرياضيات الحديثة هي أن مثل هذه الأعمال الفذَّة صارت الآن غيرَ ممكنة تمامًا.

لماذا نتعلم الرياضيات من الأساس؟

في ضوء الكمية الهائلة من الطاقة البشرية التي بُذِلت على امتداد قرون في تعليم الرياضيات وتعلُّمها، قد يبدو من المستغرب قليلًا أن نسأل: «لماذا؟» إلا أن الإجابات عن هذا السؤال اختلفت اختلافًا كبيرًا على مر الزمن. إن النصوص السومرية التي ترجع إلى الألفية الثانية قبل الميلاد، توضِّح أن القدرة على القراءة والكتابة والتعامُل مع الأعداد كانت من الأمور الأساسية للإدارة القوية للمجتمع، على الرغم من أن هذا ربما يبدو إلى حدٍّ ما أمرًا مثاليًّا بعيد المنال، في نظر الأولاد الجالسين على المقاعد الطويلة الضيقة في أفنية المنزل F.

وبعد ألفَيْ عام، كان أولاد في أعمار مقاربة يتعلَّمون في مدارس المِعْداد في إيطاليا القرن الثالث عشر — مثل نظرائهم البابليين القدماء — كيفيةَ التعامُل مع الأعداد، والأوزان والمقاييس، ولكنْ لأسباب مختلفة؛ فليس الهدف هو صالح المجتمع ككلٍّ، وإنما أن يكونوا أفرادًا أكثر قدرةً على إجراء المعاملات التجارية التي من المتوقَّع أن ينخرطوا فيها. وتظهر مرة أخرى قيمةُ المهارات الرياضية للأفراد في مقدمة الكتاب «الطريق إلى المعرفة» لروبرت ريكورد، بما فيه من قائمة طويلة للحِرَف المميزة والمِهَن التي تتطلَّب معرفةً بالهندسة.

لكننا نلمح في كتابات ريكورد سببًا آخَر فوق ذلك لدراسة الرياضيات؛ ألَا وهو شحذ الذاكرة، وجعل العقل أكثر تيقُّظًا. لم يكن ريكورد أول مَن أوصى بهذا؛ فهناك بعض المسائل الرياضية الصعبة تُنسَب إلى المعلِّم ألكوين في القرن الثامن، وعنوانها «مسائل ألكوين لشحذ عقل الشباب». واستمرت منذ ذلك الحين فكرةُ أن الرياضيات يجب تدريسها من أجل تحسين قدرة المرء العقلية، شأنها شأن اللغة اللاتينية أو اليونانية. فعلى أي حال، الرياضيات مطلوبة للحياة اليومية العادية أساسًا للحفاظ على الوقت والحساب، ومن المحتمل أن أغلب الناس يكتسبونها بنهاية مرحلة الطفولة. قلة من الناضجين هم مَن يحتاجون إلى استخدام نظرية فيثاغورس أو حل معادلات الدرجة الثانية، أو تنصيف زاوية، ولكن الجميع تقريبًا تعلَّموا ولو مرةً أن يفعلوا هذا. يرى البعض، وأنا منهم، أن تعلُّم لغة أجنبية أو دراسة التاريخ لهما الأثر نفسه من حيث تشجيع تنمية وتطوير الذاكرة والتفكير والاستنتاج والتحليل، ولكن مثل هذه الموضوعات لم تكتسب قطُّ مقامَ الرياضيات، وهي في الوقت الحاضر موضوعات اختيارية أكثر منها موضوعات إجبارية في مناهج المدارس البريطانية.

ربما كانت الأقدمية المطلقة للرياضيات هي التي جعلتها ذلك الجزءَ المتكامِل من كلِّ تعليم حديث للطفل. أيضًا من الثابت أن كلَّ مَن يريدون الوصول إلى أقصى تخوم الموضوع، عليهم — مثل الموسيقيين الشباب — أن يبدءوا من صِغَرهم وأن يتدرَّبوا بانتظام.

الفصل الخامس

حيوية الرياضيات

إن أي رياضي يريد أن يغزو آفاقًا جديدة يحتاج إلى الوقت وإلى التجريب، وإلى شيء من الدعم المادي. دَعْنا نَعُد لِلَحظة إلى أولئك الذين قابلناهم في الفصل الأول. ليست لدينا فكرة عن الكيفية التي كان ديوفانتس يتكسب بها رزقه، وربما كان يعمل بالتدريس، مثل كثيرين من ذوي المواهب الرياضية. كثيرون من أشهر الرياضيين المعروفين في القرن السابق على ظهور فيرما درَّسوا أيضًا الرياضيات، ولكن غالبًا كمهنة ثانوية؛ فكان جيرولامو كاردانو وَروبرت ريكورد طبيبَيْن، ومع ذلك فقد عمل ريكورد لوقت طويل من حياته في التعدين وسكِّ العملة، وعمل كلٌّ من رافائيل بومبلي وَسايمون ستيفن في مشروعات إنشاءات عملية، أما فرانسوا فيت فقد كان، مثل فيرما، محاميًا ومستشارًا قانونيًّا. لقد وُصِف فيرما غالبًا بأنه رياضي «هاوٍ»، ولكنه عاش في زمن كان فيه المحترفون قلةً قليلة؛ مما يجعل هذا الوصف عديمَ المعنى. وعلى الجانب الآخر، فإن وايلز لا يمكن أن يُوصَف إلا بالرياضي المحترف؛ إذ يملك مؤهلات أكاديمية ويتقاضى أجرًا ليعمل بدوام كامل في البحث وتدريس الرياضيات.

على مر القرون كانت هناك تغييرات مهمة في الطرق التي تمَّ بها توظيف الرياضيين. من المرجح أن يعمل الرياضي الحديث في التدريس، أو الماليات، أو الصناعة، وكلها مجالات منظمة مؤسسيًّا. وربما يكون البعض مستعدين لدفع المال لقاء الخدمات الرياضية، أو التعليم، أو مهارات المحاسبة، ولكنهم لا يوظفون إلا عددًا قليلًا من الناس. في الألفية الأولى بعد الميلاد كانت الصورة مختلفةً تمامًا؛ إذ كانت القوة الاقتصادية والسياسية في أغلب أوروبا وآسيا متركزةً في أيدي الملوك والأساقفة والخلفاء والقادة العسكريين. وبالنسبة إلى أولئك الذين أرادوا أن يعيشوا بمهاراتهم الذهنية، بما فيها الرياضيات، فقد كانوا عقلاء بوضع أنفسهم تحت راعٍ قوي بدرجة كافية، ليدفع لهم ويحميهم، ومثل

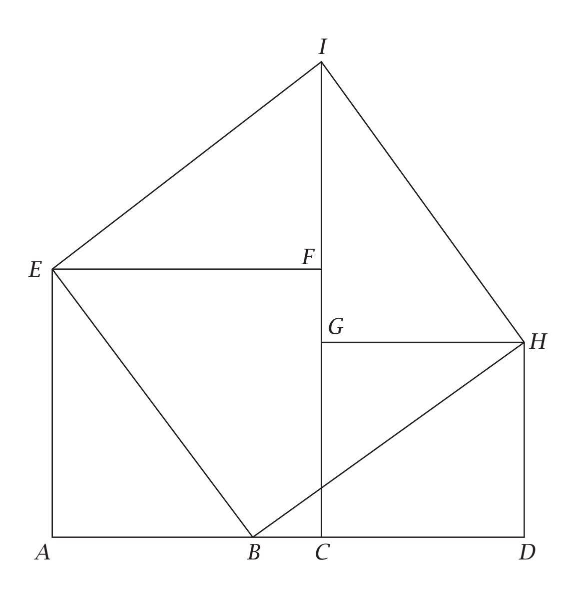
هذه الرعاية كانت تأخذ أشكالًا مختلفة متعددة. في هذا الفصل سنرى كيف جرى هذا الأمر، أولًا في حياة ثلاثة علماء في القرنين العاشر والحادي عشر، وثانيًا في البلاد التي حكمها الإسلام.

أنماط الرعاية

وُلِد ثابت بن قرة عام ٨٢٦ بعد الميلاد في مدينة حران القريبة من الحدود الحديثة بين تركيا وسوريا، وقضى سنوات عمره الأولى ممتهنًا الصَّيْرَفة. لم يكن ثابت بن قرة مسلمًا، بل كان ينتمي إلى طائفة محلية، هي الصابئة. قبل مولده بسنوات قلائل، أَسَّسَ الخليفة العباسي المأمون في بغداد المكتبةَ المعروفة باسم «بيت الحكمة»، بهدف ترجمة النصوص والمتون الإغريقية والسنسكريتية والفارسية إلى العربية، وقد جذبت معرفةُ ابن قرة بالإغريقية والعربية إلى جانب لغة قومه السريانية، انتباهَ رياضيٍّ بغداد محمد بن موسى عندما كان يجتاز حران في طريق عودته من بيزنطة. للأسف، إننا لا نعلم تاريخ هذا اللقاء، ولكننا ربما نفترض أن ابن قرة كان لا يزال شابًّا نسبيًّا؛ لأنه انتقل إلى بغداد عندما دعاه ابن موسى؛ حيث تعلَّمَ منه ومن أخوَيْه (المعروفِين مجتمعين ببني موسى) الرياضيات والفلك.

في السنوات التالية، أصبح ابن قرة أحدَ أكثر العلماء احترامًا في بغداد، وقد كتب في الطب والفلسفة والعقيدة، ولكنَّ أحسن ما يُذكَر الآن من عمله كان في الرياضيات والفلك. لقد ترجم رسائلَ وأبحاثًا متعددة لأرشميدس إلى العربية، وكتب أيضًا بتوسُّع عن موضوعات اهتمَّ بها أرشميدس مثل: الميكانيكا، ومسائل مساحات أو سطوح أو حجوم الأشكال منحنية. وقد علَّق على كتاب «المجسطي» لبطليموس، وكتب عن الهندسة الكروية وعن الفلك، وخاصة عن حركة الشمس وارتفاعها الظاهري، وعن حركة القمر، وعن الكواكب الخمسة المعروفة آنذاك. دَرَسَ ابن قرة أيضًا كتابَ «العناصر» لإقليدس بتركيز مكثَّف، ولقد استعانَتْ جامعةُ أكسفورد في القرن السابع عشر بمحاولة برهانه لإحدى مسلَّمات إقليدس، عن الخطوط المتوازية. قدَّمَ ابن قرة أيضًا براهينه الذاتية لنظرية فيثاغورس، أحدها موضَّح في الشكل ٥-١.

مكث ابن قرة في بغداد إلى حين وفاته عام ٩٠١ ميلاديًّا، وقد ظلَّ على اتصالٍ ببني موسى سنوات عديدة، وعلَّمَ أبناء ابن موسى. وخلال العشر سنوات الأخيرة من حياته أصبح حاضرًا بانتظام في بلاط الخليفة المعتضد، وكانت علاقتُه بالخليفة حميمةً،



شكل ٥-١: إثبات ثابت بن قرة لنظرية فيثاغورس: من شأن عملية قص ولصق بسيطة أن تبرهن على أن الشكل $IHBE = EFCA + GHDC$.

وفقًا لكاتب إحدى السير الموضوعة في القرن الثاني عشر؛ القفطي، بحيث إنه «كان مسموحًا له أن يجلس في مجلس الخليفة في أي وقت شاء.» وفيما بعدُ أصبح ابنه سِنان واثنان من أحفاده علماءَ معروفين. ومما نعرفه عن حياة ابن قرة، ربما نتبيَّن مَلْمَحين حاسمين: أحدهما هو وجود شبكة للتعليم والتعلُّم راسخة بين الأصدقاء والعائلات، في هذه الحالة تربط أعضاءً في عائلة ابن موسى بأسرة ابن قرة؛ هذه العلاقات الشخصية الوثيقة وأمثالها لُوحِظت مرات متعددة في ثنايا هذا الكتاب. الملمح الثاني أكثر خصوصيةً بالزمان والمكان اللذين عاش فيهما ابن قرة، وهو الحماية والرعاية اللتان قدَّمَهما له أولًا بنو موسى، ثم الخليفة نفسه من بعدُ.

وُلِد عالِم آخَر، هو أبو الريحان البَيْرُوني، المعروف اختصارًا بالبيروني، بعد وفاة ابن قرة بسبعين عامًا، في الطرف المقابل من الدولة الإسلامية، وفي منطقةٍ أقل استقرارًا. تقع البلدة التي وُلِد فيها على نهر جيحون، داخل أوزبكستان الحديثة، وتُسمَّى الآن

بيروني. تَعلَّمَ البيروني على يد الرياضي والفلكي أبي نصر منصور، واستمر معه في العمل في حياته بعد ذلك. في شبابه، كان يَستخدِم عمليات الملاحظة الشمسية لحساب دوائر عرض البلاد المحلية، ولكن نشاطه قُوطِع عندما اشتعلت حربٌ أهلية عام ٩٩٥ واضطرته للفرار. إننا نعلم شيئًا عن تحرُّكاته الواسعة المدى على مدار الأعوام الثلاثين التالية من ملحوظاته الدقيقة عن كسوف الشمس. في بعض الأوقات عمل في منطقة جنوب بحر قزوين، على مقربة من طهران الحديثة؛ حيث عُرِف أنه أهدى متنًا عن الكرونولوجيا إلى حاكم المنطقة من آل زيار؛ قابوس. وفي أوقات أخرى، سكن في موطنه؛ أولًا تحت رعاية وحماية الحاكم الساماني منصور الثاني، وبعد أربعة عشر عامًا تحت رعاية أبي العباس المأمون.

هذه الفترة المستقرة نسبيًّا انتهت في عام ١٠١٧ عندما اجتاحتها الدولة الغزنوية، الموجودة في المنطقة التي تُعَدُّ شرقي أفغانستان الحالية. ويبدو أن البيروني قد سُجِن، وفيما بعدُ عاش سنوات عديدة في كابول أو غزنة نفسها، على مسافة نحو ١٠٠ كيلومتر جنوبًا. لم تكن علاقته بالسلطان محمود واضحةً، ولقد اشتكى من المعامَلة الفظَّة، لكنه دُعِّمَ في أبحاثه فيما بعدُ. كان قادرًا أيضًا على السفر إلى شمال الهند، وهي المنطقة التي كانت قد وقعت أيضًا تحت حكم الدولة الغزنوية، وكتب بتوسُّع عن المنطقة وعقيدتها وعاداتها وجغرافيتها. وبعد وفاة محمود في عام ١٠٣٠، أصبح تحت حماية حاكمٍ غزنويٍّ ثانٍ، هو مسعود بن محمود، ثم ثالث، هو مودود بن مسعود، وذلك بعد أن قُتِل مسعود في عام ١٠٤٠. ثم مات البيروني نفسه في غزنة عام ١٠٥٠.

خلال حياةٍ اكتنفَتْها تغيُّرات في الأُسَر الحاكمة، كان البيروني عالِمًا مخلصًا، وكاتبًا وافِرَ الإنتاج. كان نحو نصف أعماله عن الفلك والتنجيم، مع متون أخرى في الرياضيات والجغرافيا والطب والتاريخ والأدب؛ لكنْ للأسف، نسبةٌ قليلة فقط مما كَتَبَ هي التي بقيت.

العالِم الرياضي الثالث الذي سندرسه هو عمر بن إبراهيم الخيامي النيسابوري، المعروف جيدًا في الغرب باسم عمر الخيام. وُلِد عمر الخيام قبل سنوات قلائل من وفاة البيروني، في نيسابور شمال شرق إيران، ويوحي اسمه بأنه جاء من عائلةٍ تصنع الخيام. في زمنه وقعت المنطقة الإيرانية تحت حكم السلاجقة، وهي سلالة حاكمة ذات أصل تركي. حين كان الخيام شابًّا، سافَرَ شرقًا إلى سمرقند؛ حيث كتب بحثًا مهمًّا عن المعادلات، أهداه إلى قاضي القضاة أبي طاهر، وفيما بعدُ، قضى سنوات عديدة في

أصفهان؛ حيث أشرَفَ على المرصد وعلى تصنيف الجداول الفلكية، تحت رعاية السلطان مالك شاه ووزيره نظام المُلك، وخلال الفترة نفسها كتب — مثل ابن قرة — شروحًا وتعليقاتٍ على أعمال إقليدس. لكن للأسف أُغلِق المرصد عام ١٠٩٢ بعد مقتل نظام المُلك عام ١٠٩٢، ووفاة مالك شاه؛ وفي النهاية، بعد تغيُّراتٍ أبعد في الحكم، فارَقَ الخيامُ أصفهان، وبعد أن قضى زمنًا في مدينة مرو، التي تقع في منتصف المسافة تقريبًا بين أصفهان وسمرقند، عاد أخيرًا إلى نيسابور حيث تُوفِّيَ عام ١١٣١.

لا أستطيع أن أمنع نفسي من تضمين واحدة من رباعياته هنا، وهي ليست منقولة من الترجمة الفيكتورية لإدوارد فيتزجيرالد، بل ترجمها إلى الإنجليزية شهريار شهرياري عام ١٩٩٨ (والترجمة العربية لأحمد رامي):

أفنيتُ عمري في اكتناه القضاءْ
وكشف ما يحجبه في الخفاءْ
فلم أجد أسراره وانقضى
عمري وأحسستُ دبيبَ الفناءْ.

لا تخبرنا دراسات الحالة المبسطة الثلاث هذه بالكثير عن الممارسة الرياضية تحت رعاية الأُسَر الحاكمة المسلمة في القرون الوسطى، بَيْدَ أنها تكشف بعض النقاط العامة على الأقل؛ إحدى هذه النقاط هي أنه منذ قرون قلائل فقط، كان الكتَّابُ الرياضيون الإغريق موجودين في كل مكان في شرقي البحر المتوسط، لكنهم كانوا نادرًا ما يوجدون في اليونان نفسها، وهكذا فإن أولئك الذين كتبوا الرياضيات باللغة العربية كانوا منتشرين عبر منطقة واسعة، من تركيا الحديثة إلى أفغانستان الحديثة، ولكن ليس في البلاد العربية نفسها؛ ولهذا السبب يفضِّل المؤرخون تسميةَ مثل أولئك الكتَّاب «إسلاميين» على تسميتهم «عربًا»، ولكن مثال ابن قرة يُظهِر أنهم لم يكونوا جميعًا مسلمين، ولا كانت كتاباتهم الرياضية لها علاقة بوجهات نظرهم الدينية؛ ومع ذلك، عاشوا جميعًا في مجتمعات كانت فيها ممارسات الإسلام وثقافته مسيطرة؛ ومن ثَمَّ تُعَدُّ هذه التسمية أفضلَ من سواها.

النقطة الثانية هي عدم استقرار تمويل الدراسة في ظل تغيُّر الحكَّام والأُسَر الحاكمة؛ فعملية الإقرار بالموهبة الرياضية لصبي أو شاب ورعايتها كانت مسألةَ حظٍّ وظروف، كما في حال ابن قرة والبيروني. وربما اعتمدَتْ قدرتُه على الدراسة أو السفر بعد ذلك

بدرجة كبيرة على العطف والدعم المالي، من حاكمٍ مستقبلُه هو نفسه ربما يكون بعيدًا عن الأمان. ويبدو أن البيروني كان متميِّزًا على نحوٍ خاص في التمتُّع بالعناية المستمرة من الحماة من أُسَرٍ حاكمةٍ متعارضة. وعلى الرغم من هذه الصعوبات، كان نتاج بعض هؤلاء العلماء مُثمِرًا ومتنوعًا، وهؤلاء الذين كتبوا عن الفلك والتنجيم ربما كتبوا أيضًا عن الهندسة الكروية وحساب المثلثات، أو عن كتاب «العناصر» لإقليدس، أو عن أعمال كتَّاب إغريق آخَرين، أو عن الحساب والجبر، أو عن الجغرافيا أو التاريخ أو الموسيقى أو الفلسفة أو العقيدة أو الأدب.

وفي النهاية، ربما يتساءل المرء عمَّا كان يعود على الراعي من مثل هذه الترتيبات. تبايَنَتِ الحالات الفردية تبايُنًا كبيرًا، وفي الحقيقة لم تكن هناك كلمة واحدة في المجتمعات الإسلامية تَصِف علاقةَ «الرعاية» الموضحة هنا. كما رأينا سابقًا في الصين وأوروبا، فإن الحكام كثيرًا ما قدَّروا الخبراء الرياضيين لقدرتهم على حساب التواريخ المباركة، وفي بعض الحالات ربما كان لديهم الأمل في استفادةٍ طويلةِ الأجل من دعمهم في أعمالهم الجيدة؛ علاوةً على ذلك، فإن امتلاكَ خدمات الموهوبين عقليًّا وفكريًّا وصحبتهم قد يكونَا مصدرًا للمسرَّة وعلامةً على علوِّ المقام.

منذ نحو نهاية القرن الثاني عشر، أصبح العلماء أكثرَ قدرةً في المعتاد على الحصول على وظائف مدفوعة الأجر في مؤسساتٍ لها وقف مالي، مثل «المدارس» الإسلامية؛ وبهذا أصبحوا أقل اعتمادًا على أهواء ونزوات أو تفضُّل الحكَّام. لكن كي ندرس عن كثبٍ التحوُّلَ من الرعاية إلى التوظيف الاحترافي، سنعود الآن إلى إنجلترا في تاريخٍ متأخِّرٍ قليلًا.

من الرعاية إلى الاحترافية

في إنجلترا، كانت السنوات الأربعون بين عامَيْ ١٥٨٠ و١٦٢٠ فترةً انتقالية، كانت الرعايةُ فيها لا تزال موجودةً، ولكنْ يمكننا أن نتبيَّن أيضًا العلامات الأولى للانتقال إلى الوظائف المدفوعة الأجر المعرَّضة للمساءلة العامة. وتوضِّح السِّيَرُ الذاتية لتوماس هاريوت وَويليام أوتريد وَهنري بريجز، بعضَ الإمكانات والفُرَص التي كانت متاحةً للموهوبين في الرياضيات في إنجلترا في ذلك الوقت.

وُلِد توماس هاريوت عام ١٥٦٠، ودَرَس في أكسفورد بين عامَيْ ١٥٧٧ و١٥٨٠ على الأرجح. لم يحصل على درجة جامعية في الرياضيات (إذ لم يكن هناك شيءٌ كهذا آنذاك)،

لكنه ربما تعلَّمَ شيئًا من الموضوع من معلِّمين خصوصيين أو من قراءاته الذاتية؛ أحسنُ شاهدٍ على ذلك اهتمامُه بالاستكشاف والملاحة، الذي يبدو أنه اكتسَبَه في أكسفورد، ربما من محاضرات المغامِر ريتشارد هاكليوت. وخلال ثمانينيات القرن السادس عشر أصبح هاريوت تحت رعاية والتر رالي، الذي كان في ذلك الوقت شديدَ الاهتمام بالاحتلال المحتمل لأمريكا. وفي عام ١٥٨٥ أبحَرَ هاريوت إلى ساحلٍ ما يُسمَّى الآن نورث كارولينا، في رحلةٍ موَّلَها رالي استمرت عامًا، وباءت بالفشل، لكنها مكَّنَتْ هاريوت وصديقه جون وايت من إحضار قدر كبير من المعلومات النافعة وبعض الرسوم الجميلة للناس ونباتات الإقليم وحيواناته، وللأسف قَدْ جلب معه ولعًا بالتبغ قضى عليه في النهاية.

تعهَّدَ هاريوت لِرالي قبل الرحلة أن يعلِّم البحَّارةَ المِلاحةَ، لكنَّ النصَّ الذي كتبه مفقودٌ الآن للأسف. وبعد عودته، استمر في العيش تحت رعاية رالي؛ أولًا في ممتلكات رالي في أيرلندا (مغامرة استعمارية أخرى)، وفيما بعدُ في إنجلترا موطن رالي، في منزل دورهام هاوس على ضفاف نهر التيمز. من على سطح منزل دورهام أجرى هاريوت تجاربَه المبكرة عن الأجسام الساقطة، مقارِنًا بين معدلات سقوط الكرات المعدنية والشمعية. استمَرَّ هاريوت بالقرب من رالي إلى يوم أنْ أُعدِم رالي في عام ١٦١٨؛ فقد بقيت ملحوظاتٌ عن كلمات رالي الأخيرة عند المشنقة باقيةً في كتابات هاريوت اليدوية ومخطوطاته ضمن أوراقه الشخصية والرياضية. لكنْ في السنوات الأولى من تسعينيات القرن السادس عشر، كان لهاريوت راعٍ ثانٍ هو هنري بيرسي، الإيرل التاسع لنورث أمبرلاند. وقد قضى هاريوت السنوات الثلاثين الباقية من عمره في لندن، موطن بيرسي، في منزل سيون هاوس في ميدلسكس على ضفاف نهر التيمز، أو في منزله الريفي، بتوورث هاوس في ساسكس. لكنْ للأسف لم يستطع أيٌّ مِن راعِيَيْ هاريوت أن يتغلَّب بنجاحٍ على التوترات السياسية والدينية في تلك الأيام؛ إذ قضى بيرسي، مثل رالي، سنواتٍ عدةً مسجونًا في برج لندن؛ ومع ذلك، أَمَدَّ هاريوت بدَخْلٍ، وأعطاه حريةَ متابعةِ أية دراسات يختارها. لم يفقد هاريوت اهتمامَه بمسائل الملاحة في البحر، وعاد أيضًا بعد ذلك إلى الفلك، واستخدم التليسكوب في نفس وقتِ استخدامِ جاليليو له لرصد البُقَع الشمسية وفوَّهات البراكين على القمر. ومن خلال أحد أصدقائه في أكسفورد؛ ناثانيال توربورلي، تَمكَّنَ من الحصول على الأعمال الرياضية لفيت (التي أثَّرَت بعمقٍ فيما بعدُ على فيرما)، وهكذا أصبح واحدًا من أوائل الناس في أي مكان، وبالتأكيد الإنجليزيَّ الأولَ، الذي قدَّر وتَوسَّع في بعض الأفكار الرياضية الجديدة المثيرة التي كانت آخِذة في التطوُّر في فرنسا.

لم ينشر هاريوت أيًّا من اكتشافاته، وفي ظلِّ تمتُّعه بدَخْل خاص آمِن، لم تكن به حاجة إلى أن يبرهن على قدراته، أو أن يكسب رزقه. لم يعمل بالتدريس، على الرغم من أنه ناقَشَ أفكارَه مع دائرة أصدقائه الخاصة. على أحد الأوجه، لم يكن لعمل هاريوت إلا تأثير مباشِر قليل، وبالتأكيد لم يسبِّب نوعَ الإثارة الفكرية التي سبَّبَها جاليليو فيما بعدُ. وعلى الوجه الآخَر، مكَّنَتْه حريتُه في العمل على ما شاء، من أن يستكشف نطاقًا واسعًا من الموضوعات، بعضها كان مبهمًا تمامًا، وأدَّتْ به إلى بعض النتائج المهمة. المصطلح الحديث لهذا هو «بحث السموات الزرقاء». كان من الممكن بسهولة أن يَضِيع عمل هاريوت، لكنْ لحُسْن الحظ جعلَتْ شهرتُه بين معاصريه أبحاثَه محفوظةً بعد وفاته في عام ١٦٢١، واستمرت بعضُ أفكاره تدور بين مَن أتى بعده لسنين عديدة. بهذا المعنى يمكن أن يقال إن هاريوت قد شَجَّع، وإن كان بطريقة غير مباشِرة، كلًّا من المناقشة الرياضية واحترام الدراسات العلمية والرياضية اللذين اتَّسَمَتْ بهما الجمعيةُ الملكية بعد زمنه بنصف قرن. وفي الحقيقة، كانت سمعة هاريوت حسنةً لدرجةِ أن الجمعية الملكية في سنواتها العشر الأولى قد طلبت غيرَ مرةٍ البحثَ والاستقصاءَ عن أوراقه الباقية.

لم يكن ويليام أوتريد في نفس مستوى هاريوت من حيث الإبداع، بَيْدَ أنه لعب دورًا مهمًّا بقدر مساوٍ في ازدهار الرياضيات في إنجلترا لاحقًا. وُلِد أوتريد عام ١٥٧٣، وكان أصغر من هاريوت بسنوات قلائل، ولكنه عمَّرَ بعده بنحو أربعين عامًا؛ وبدايةً من عام ١٦١٠، أو قبل ذلك، كان كاهنًا في آلبري في سَري، ويبدو أنه لم يبتعد عن هناك بعد ذلك قطُّ، عدا زيارات عَرَضية إلى لندن. أصبح مشهورًا كمدرِّس رياضيات للأطفال والبالغين، ومثل هاريوت اكتسب راعيًا أرستقراطيًّا، هو توماس هوارد، إيرل أرندل، الذي تقع مقاطعتُه في وست هورسلي، على بُعْد أميال قليلة من آلبري. علَّمَ أوتريد ابنَ هوارد، كما علَّمَ أبناءَ طبقات أرستقراطية محلية أخرى، ومن خلال هوارد قابَلَ أوتريد أيضًا قريبًا للعائلة؛ السير تشارلز كافنديش، الذي لعب دورًا مهمًّا في الرياضيات الإنجليزية في هذه الفترة. لم يكن كافنديش يجيد الرياضيات على نحوٍ خاص، لكنه لسببٍ ما كان مفتونًا بها، وجمَعَ في توقٍ شديد أحدثَ الكتب والأبحاث وحاوَلَ أن يفهمها. بعد وفاة هاريوت، على سبيل المثال، نَسَخَ كافنديش فصولًا كاملة من مخطوطات هاريوت، وإنْ كان قد أقرَّ قائلًا: «أجزم أنني لا أفهم بعض الأشياء.» كان كافنديش هو مَن أحضَرَ أعمالَ فيت من فرنسا لِأوتريد، تمامًا كما أحضَرَها توربورلي قبل ذلك لِهاريوت.

كان كافنديش أيضًا مَنْ شجَّعَ أوتريد على كتابة أول كُتُبه المدرسية، والمُهدَى إلى تلميذه ذي الأربعة عشر عامًا ويليام هوارد. نُشِر الكتاب مبكرًا في عام ١٦٣١، وأصبح معروفًا بعنوانه المختصر «مفتاح الرياضيات»، وانتشر وانتشر، خلال خمس طبعات لاتينية وترجمتين باللغة الإنجليزية. كان المحتوى بدائيًّا، مجرد مقدمة للحساب والجبر، ولكن في ذلك الوقت كان عُمْر كُتُب ريكورد المدرسية المبكرة نحو قرن، وكانت هناك حاجة ماسة إلى شيء جديد. وعندما كان يُجرَى تنصيب أساتذة جدد في جامعة أكسفورد بعد سنوات الحرب الأهلية، كان هؤلاء إما تلاميذ أوتريد وإما بعض قرَّائه، وأدخلوا على الفور كتاب «مفتاح الرياضيات» إلى أكسفورد، جاعلين إيَّاه الكتابَ الرياضي الأول الذي تطبعه الجامعة. وتقريبًا كل رياضي شهير من القرن السابع عشر، وكثيرون ممَّن لم يكونوا كذلك، كانت خطواتهم الأولى مع «مفتاح الرياضيات»، ومن بينهم كريستوفر رِن وَروبرت هوك وَإسحاق نيوتن. وهكذا، على الرغم من أن أوتريد نفسه لم يصنع قطُّ أيَّ تقدُّمٍ رياضي كبير، ودرَّسَ فقط عند مستوًى ابتدائي نسبيًّا، فإنه مِثل هاريوت شجَّعَ بطريقةٍ غير مباشِرة انتشارَ وتطويرَ الخبرة الرياضية في وقت مبكر في إنجلترا الحديثة.

لكن ما كان لِأوتريد ولا هاريوت أن يفعلَا ما فعلاه من دون دعْمِ ثلاثة أرستقراطيين شجَّعوا عملَهما: هنري بيرسي وَتوماس هوارد وَتشارلز كافنديش. وقد مَنَحَ عضوٌ لاحق من عائلة كافنديش اسمَه لمختبر كافنديش في كامبريدج، لكنَّ عائلتَيْ بيرسي وَهوارد لم تكونَا عادةً تتعاملان مع العلوم أو الرياضيات، ومع ذلك، فدون الثقة والدعم الفكري والمالي المقدَّم من هؤلاء الرجال الثلاثة، كانت نشأةُ مجتمعٍ رياضي ذي حجمٍ معتبرٍ في إنجلترا في النصف الأول من القرن السابع عشر ستتأخَّر كثيرًا جدًّا.

في الوقت نفسه — وعلى النقيض — ينبغي لنا ألَّا نُغفِل تطوراتٍ معاصرةً أخرى معنية؛ ففي عام ١٥٩٧ موَّلَ ميراثٌ تَرَكَه التاجر والرأسمالي توماس جريشام نظامَ المحاضرات العامة السبع (محاضرة واحدة لكل يوم من أيام الأسبوع) في الفلك والهندسة والطب والقانون واللاهوت والبلاغة والموسيقى. إن كلية جريشام (الباقية إلى يومنا هذا، والتي ما زالت تقدِّم محاضراتٍ عامةً) لعبتْ دورَها في تقوية المجتمع الرياضي في لندن، وعقدَتْ لقاءاتٍ بعد المحاضرات خلال خمسينيات القرن السابع عشر، وساعدَتْ على تأسيس الجمعية الملكية بعد سنواتٍ قلائل. وبعد عشرين عامًا من إنشاء نظام المحاضرات، أنشأ هزي سافيل كرسيَّيْن للهندسة والفلك في أكسفورد. ولعدة سنوات، كانت هناك حركة سَلِسة بين المناصب الجامعية في جريشام وأكسفورد، ومنها على وجه

الخصوص أنَّ هنري بريجز أستاذ كرسي جريشام للهندسة، أصبح أيضًا أولَ أستاذٍ لكرسي سافيل للهندسة في أكسفورد.

كان بريجز من هاليفاكس في يوركشير، في عمر هاريوت نفسه تقريبًا، والتحَقَ بكلية سانت جون بكامبريدج عام ١٥٧٧؛ العام نفسه الذي التحَقَ فيه هاريوت بأكسفورد. لكن على خلاف هاريوت اتخذ بريجز طريقَ العمل الجامعي، فعَمِل محاضِرًا في كامبريدج — أولًا في الطب، وبعد ذلك في الرياضيات — قبل أن ينتقل إلى كلية جريشام في عام ١٥٩٧؛ حيث لبث أكثر من عشرين عامًا إلى أن نال لقبَ أستاذ كرسي سافيل في أكسفورد؛ حيث بقي إلى وفاته عام ١٦٣٠.

كوَّنَ بريجز وَهاريوت ثنائيًّا ساحرًا؛ وأحد الأسئلة المحيِّرة في تاريخ الرياضيات لهذه الفترة هو: هل تقابَلَا مرةً؟ كان حريًّا بهما أن يفعلَا. وخلال السنوات السابقة على عام ١٦٠٠ والتالية له، كان بريجز مثل هاريوت مهتمًّا بشدة بمسائل الملاحة. وفي عام ١٦١٠، بينما كان هاريوت يرصد البُقَع الشمسية، كان بريجز يعمل على كسوف الشمس وخسوف القمر. وعندما قدَّمَ جون نابير «اختراعَه الرائع» اللوغاريتمات في عام ١٦١٤، تَنبَّهَ له هاريوت وَبريجز فورًا، وسافَرَ بريجز في التوِّ إلى اسكتلندا ليزور نابير، وساعَدَه في تطوير العمل إلى حدٍّ أبعد، أما هاريوت فلم يَعُدْ يقوم برحلات طويلة، وكان على أية حال قد أصبح مريضًا مرضًا خطيرًا؛ ولكنه أعَدَّ مقالات قصيرة عن اللوغاريتمات، ومن شبه المؤكَّد أنه أدرَكَ أنها وثيقةُ الصلةِ بكثير من أعماله المبكرة.

لا يستطيع المرء أن يمنع نفسه من التفكير في أن بريجز ربما انخرَطَ في محادثات طويلة مُثمِرة مع هاريوت، مثلما فعل مع نابير. كان يمكن لذلك أن يحدث بسهولة؛ لأنه في العشرين عامًا الأخيرة من حياة هاريوت، لم يَعِشْ أحدهما بعيدًا عن الآخَر؛ إذ كان هاريوت يقطن منزل سيون، وَبريجز يعيش قريبًا من بيشوبز جيت، على بُعْد ميل واحد فقط من برج لندن؛ حيث كان هاريوت يزور رالي وَبيرسي بانتظام، لكنْ لا يوجد دليلٌ على أنهما تقابَلَا مطلقًا. كانت دائرتَا أصدقائهما ودائرتَا تأثيراتهما مختلفةً تمامًا؛ إذ وُظِّف بريجز في مؤسسة عامة، بينما عمل هاريوت عملًا خاصًّا في منزله. نُشِرت أطروحةٌ لِبريجز بعنوان «الطريق الشمالي الغربي إلى بحر الجنوب خلال بر فرجينيا»، عام ١٦٢٢، بعد عام من وفاته، ومن المؤكَّد أنها ستلفت انتباه هاريوت، ولم يَظهر مؤلَّف بريجز «اللوغاريتمات الحسابية» حتى عام ١٦٢٤. وخلال عشرينيات القرن السابع عشر لم يتصل بريجز اتصالًا مباشِرًا بناثانيال توربورلي، صديق هاريوت، وكان

مُدركًا لمحاولات نَشْر بعض أبحاث هاريوت، ولكنه هو نفسه تُوفِّيَ عام ١٦٣٠، قبل نشر مؤلَّف هاريوت «التطبيق العملي». وهكذا فإنه في المطبوعات، كما في الحياة، أَبْحَرَ الاثنان أحدهما قريب من الآخَر، لكنهما لم يلتقيَا قطُّ.

تكشف حياتَيْ هاريوت وَبريجز تبايُنًا شديدًا بين حياة العيش في كنف الرعاة، والحياة الجديدة للرياضيين المحترفين، الذين يُدفَع لهم ما يكفي مقابل الاضطلاع بمسئولياتٍ واضحةٍ، خاصة في التدريس. وبالطبع كان التدريس هو الطريق إلى المستقبل.

المؤسسات والنشر والمؤتمرات

إن حياة جوزيف لوي لاجرانج — واحد من أبرع الرياضيين في القرن الثامن عشر — تَعْرض بصورة مصغَّرة بعضَ الإمكانات الجديدة المتاحة لرياضيٍّ موهوبٍ في أوروبا الغربية، بعد ١٥٠ عامًا من وفاة بريجز وهاريوت. وُلِد لاجرانج عام ١٧٣٦ لعائلة فرنسية إيطالية في تورينو (اسمه المعمودي: جيوسيبي لودوفيكو لاجرانيا)، وعندما كان عمره سبعة عشر عامًا، اكتشف ولعَه بالرياضيات، وبعد عامين عُيِّن مدرِّسًا في مدرسة سلاح المدفعية الملكي في تورينو. لَبِثَ لاجرانج مقيمًا مع عائلته في موطنه، لكنه فكريًّا بدأ يتحرَّك بعيدًا عن الوطن، وقبل أن يعمل في وظيفة التدريس بقليلٍ أرسَلَ بعض أعماله إلى ليونهارت أويلر، مدير الرياضيات في أكاديمية العلوم الملكية في برلين. أدَّتْ خطابات أخرى أرسَلَها إلى أويلر بعد ذلك إلى انتخاب لاجرانج لعضوية الأجانب في الأكاديمية. في الوقت نفسه أَسَّسَ لاجرانج وآخَرون جمعيتَهم العلميةَ في تورينو، وهي واحدة من جمعيات كثيرة أُسِّست في مدن أوروبا الغربية خلال خمسينيات القرن الثامن عشر، والكيان السابق على أكاديمية العلوم الحالية في تورينو.

إن ازدياد الجمعيات العلمية والأكاديميات هو أحد المعالم المُحدِّدة للتاريخ الفكري في القرن الثامن عشر. لقد أُسِّست الجمعية العلمية الملكية في لندن عام ١٦٦٠، وأكاديمية العلوم في باريس عام ١٦٩٩، والأكاديمية البروسية للعلوم عام ١٧٩٩، وأُعِيد إنشاؤها تحت اسم الأكاديمية الملكية للعلوم في برلين عام ١٧٤٠، بينما أُسِّست أكاديمية سانت بطرسبرج للعلوم على الطراز الباريسي عام ١٧٢٤. وقد قدَّمَتْ هذه المؤسسات وظائفَ لعدد قليل من الرياضيين والعلماء، لكن ما هو أهم من ذلك أنَّ لقاءاتهم المنتظمة وفَّرَتْ منتدًى لتقديم ومناقشة الأبحاث الجديدة. كانت الأبحاثُ المقدَّمة في مثل هذه اللقاءات

تُنشَر فيما بعدُ في وثائق الأكاديمية أو مجموعات منشوراتها، وكان يمكن أن تأخذ هذه العملية بعض الوقت، ولكنها في النهاية كانت تصل إلى القرَّاء في أنحاء أوروبا، ونُفِّذَت عمليات تبادُل مهمة متعددة للدوريات الأكاديمية. وقد نشر لاجرانج معظمَ أبحاثه المبكرة في دورية ميلانز دي تورين، التي تصدُر عن الجمعية التي أَسَّسَها في تورينو.

أرسَتْ أكاديميةُ باريس تقليدَ إعطاء جوائز للأسئلة، وكانت فترةُ الإجابة عامين. دخل لاجرانج متسابِقًا لنيل الجائزة عام ١٧٦٤ (عن سبب إظهار القمر الوجه نفسه)، وفي عام ١٧٦٥ (الذي فاز فيه بالجائزة عن حركة الأقمار التابعة للمشتري)؛ وبحلول ذلك الوقت، أصبح معروفًا ومحلَّ احترامٍ من جانب الرياضيين الروَّاد في أوروبا؛ على سبيل المثال: إن جان لورن دالمبير — الذي كان سابقًا المحرِّرَ العلمي لموسوعة الفنون والعلوم والحِرَف — حاوَلَ جاهدًا أن يجد له وظيفةً في غير تورينو. وفي عام ١٧٦٦، ترك أويلر برلين قاصدًا أكاديمية سانت بطرسبرج، وعَرَضَ توفير وظيفة جامعية آمنة لِلاجرانج في روسيا، لكن لاجرانج بدلًا من ذلك استقَرَّ في وظيفة أويلر القديمة في أكاديمية برلين.

إن العلاقة الممتدة بين أويلر وَلاجرانج بدأت قبل أن يبلغ لاجرانج العشرين، وهكذا جمعَتْهما علاقةٌ وثيقة عن بُعْد. كان أويلر — أغزرُ الرياضيين إنتاجًا في القرن الثامن عشر — يطرح فكرةً حدسية رائعة تلو الأخرى، لكنه لم يكن يثابِر لوقت كافٍ في العمل على كل فكرة قبل أن يتحوَّل إلى الفكرة التالية لها التي تأسر خياله. كان الشخصُ الذي يتابِعه عن كثب، محوِّلًا أفكارَه نصف المكتملة إلى نظريات صحيحة وجميلة؛ هو لاجرانج، ومع ذلك لم يَلْتَقِ الاثنان في الواقع قطُّ. في الحقيقة، أبقى لاجرانج دائمًا نفسه على مسافةٍ من أويلر بدافع الاحترام؛ إذ كان يُعِدُّه المشرفَ الأكبر سنًّا، وقد رفض أن يتنافس مباشَرةً مع أويلر على جائزة باريس عام ١٧٦٨ (عن حركة القمر)؛ ومع ذلك، فإنهما في النهاية تقاسَمَا جائزةً عام ١٧٧٢ عن موضوع مشابِه. بقي لاجرانج في برلين عشرين عامًا، وخلالها نشر على نطاق واسع (في فرنسا) في مجلة الأكاديمية.

بعد وفاة فريدريك العظيم الذي قدَّمَ دعمًا كبيرًا لأكاديمية برلين، انتقَلَ لاجرانج مرةً أخرى، هذه المرة إلى أكاديمية باريس، التي وصل إليها عام ١٧٨٧. وبعد عامين، كانت كل بأخرى خلال هذه السنوات من الحفاظ على رأسه وسمعته. وفي عام ١٧٩٥ أُلغِيت الأكاديمية وحلَّ محلَّها المعهدُ القومي، وانتُخِب لاجرانج أستاذَ كرسيٍّ قسم العلوم الفيزيائية والرياضية. في الوقت نفسه، كانت حاجة الثورة إلى مدرسين ومهندسين

مُدرَّبين تدريبًا دقيقًا شديدة؛ مما أدَّى إلى تأسيس مؤسسات جديدة، وعلى وجه الخصوص المدرسة المتعددة التكنولوجية عام ١٧٩٤ والمدرسة العادية لتدريب المدرسين عام ١٧٩٥؛ وقد درَّسَ لاجرانج في كلتيهما، وأصبحت المدرسة المتعددة التكنولوجية أرفع مؤسسات التعليم مقامًا في بداية القرن التاسع عشر في باريس. إن أي شخص درس الرياضيات بعد مستوى المدرسة، من المؤكد أنه معتاد على اسم لاجرانج وَلابلاس وَليجاندر وَلاكروا وَفورييه وَأمبير وَبواسون وَكوشي، وكلٌّ منهم درَّسَ في المدرسة المتعددة التكنولوجية، أو امتحن طلابها في سنواتها المبكرة. علاوة على هذا، فقد نشرت المدرسة محاضراتها في «كرَّاسات» استُخدِمت من بعدُ كَكُتبٍ مدرسيةٍ في كل مكان في فرنسا، خاصة من جانب أولئك الطامحين إلى أن يُقبَلوا كتلاميذ.

مات لاجرانج عام ١٨١٣. في الثلثين الأولين من حياته العملية، في تورينو وبرلين، ساهَمَ واستفاد من الأكاديميات الوطنية ومجلاتها الخاصة، والمؤسسات التي فعلت الكثير لترعى الإبداع وتنشر الأبحاث الجديدة. وخلال سنواته الأخيرة في باريس، شهد لاجرانج بزوغَ أنواع جديدة من المؤسسات، صُمِّمت لتقدِّم مستوًى رفيعًا في الرياضيات وتدريبًا علميًّا لمعظم الطلاب ذوي الكفاءة. وعلى نقيض الجامعات، قَدَّمَت المدرسة المتعددة التكنولوجية تعليمًا مُركَّزًا بإحكام وعمليًّا، من شأنه أن يمكِّن خريجيها من تعزيز مكاسب الثورة، وفيما بعدُ الإمبراطورية النابليونية.

وفي حالة إذا كان تاريخ المؤسسات يبدو إلى حدٍّ ما غير شخصي، فدَعْنا لا نغفل عن العلاقات الشخصية الوثيقة التي عقدها لاجرانج خلال حياته، خاصةً مع أويلر وَدالمبير. وعندما تُوفِّي لاجرانج فإن تلميذه أوجستين لوي كوشي — وهو ابن صديق العائلة — كان في بداية تاريخه العملي الطويل، وفي سبيله لأنْ يكون شخصيةً بارزة في الرياضيات الفرنسية حتى مماته عام ١٨٥٧. من الممكن أن نقتفي أثر سلاسل غير متقطعة من الصداقات الشخصية والتعاون في رياضيات أوروبا الغربية، مِن لايبنتس في أواخر القرن السابع عشر وعائلتَيْ برنولي وَأويلر، إلى لاجرانج وَكوشي في منتصف القرن التاسع عشر.

وفي زمن وفاة لاجرانج كانت التغييرات جاريةً في موطنه القديم؛ برلين. لقد أُسِّست جامعة برلين عام ١٨١٠ على يد فيلهلم فون همبولت، كمؤسسة لا تهدف فقط إلى تمرير المعرفة المتراكمة، ولكنها تشجِّع أيضًا الأبحاث الجديدة وتيسِّر إجراءها. كان أساتذة الجامعة الألمان أحرارًا في تعيين مَن يرون، وهكذا فإنهم حدَّدوا اتجاهَ ومحورَ تركيزِ أقسامهم. تأسَّست مجموعات بحثية وحلقات دراسية وتدريب لتحصيل درجة الدكتوراه

في الجامعات الألمانية قبل عام ١٩٠٠، وهذا التنظيم يُحاكَى الآن تقريبًا في كل جامعة حول العالَم. إن الرياضيين الأكاديميين جميعًا، ومن بينهم آندرو وايلز، هم بهذا المعنى نتاجُ ألمانيا القرن التاسع عشر.

تغيَّرَتْ أيضًا عمليةُ نشر الأبحاث الرياضية؛ ففي القرنين السابع عشر والثامن عشر كانت المنافذَ الرئيسية للأبحاث الرياضيةِ المجلاتُ الأكاديمية. وقد ظهر أول بحث رياضي مطبوع في مجلة «فيلوسوفيكال ترانسأكشنز أوف ذا رويال سوسايتي» عام ١٦٦٨، وكتبه رئيس الجمعية وقتها؛ ويليام بروكنر. كان البحث في أربع صفحات، وكان موضوعًا إلى جواره خطابات إلى المحرر عن «تفاصيل كيميائية وطبية وتشريحية» عن «تنويعات ذروة المد السنوي»، وبعض الملحوظات المتنوِّعة عن كتب جديدة. أصبحت المجلات فيما بعدُ أحسنَ تنظيمًا إلى حدٍّ ما؛ على سبيل المثال: مجلة «آكتا إروديتوروم» كانت بها أقسامٌ منفصلة للطب والرياضيات والفلسفة الطبيعية والقانون والتاريخ والجغرافيا واللاهوت، لكن المجلات العلمية طوال سنوات القرن الثامن عشر استمرت في نشر نطاق واسع من الموضوعات، كانت الرياضيات مجرد موضوع واحد منها.

المجلة الأولى المخصَّصة للرياضيات فقط كانت «آنالز دي ماتيماتيك بيور إي آبليكيه»، أَسَّسها وحرَّرها جوزيف جيرجون في فرنسا عام ١٨١٠، وأصبحت باسم مجلة جيرجون. لاحِظْ هنا أول ظهور للتميُّز الذي لم يوجد حتى ذلك الوقت بأي صورةٍ رسميةٍ بين الرياضيات «البحتة» والرياضيات «التطبيقية». استمرت مجلة جيرجون حتى عام ١٨٣٢ فقط، لكن في ذلك الوقت كانت مكافِئتُها الألمانيةُ، ذات العنوان الموازي، قد تأسَّسَتْ عام ١٨٢٦ على يد أوجست كريليه. لا تزال مجلة الرياضيات البحتة والتطبيقية «جورنال فير دي رينه أوند أنجيفانته ماتيماتيك» (مجلة كريليه) موجودة حتى يومنا هذا، كذلك لا تزال توجد المجلة التي حلت محل مجلة جيرجون، وكان أول محرِّر لها هو جوزيف ليوفيل عام ١٨٣٦، واسمها «جورنال دي ماتيماتيك بيور إيه آبليكيه» (مجلة ليوفيل). استمر نشر المجلات الرياضية في الازدهار والزيادة منذ ذلك الحين؛ واليومَ، لم تَعُدِ المجلات متخصِّصةً في الرياضيات ككلٍّ، ولكن في فروع عامة ودقيقة من هذا الفرع من المعرفة. ومن العناوين التي أحبها مجلة «إل بوزد آند إينفرس بروبلمز»، ولكن هناك مئات من المجلات الأخرى.

المؤسسات المتخصِّصة، وامتحانات القبول، والتدريب المطوَّل، والمجلات المتخصِّصة، والجمعيات المحترفة، والمقابلات المنتظمة، والمؤتمرات؛ هي السمات المميزة لكلِّ مهنة

حديثة، متضمنة الرياضيات. إن المؤتمرات الدولية أو حتى المحلية لم توجد في زمن لاجرانج، ولكنها بالتأكيد تُعقَد الآن وتأخذ على الأقل بعضًا من وقتِ كلِّ الرياضيين الأكاديميين. وعلى وجه الخصوص، فإن الرياضيين مستعِدُّون دائمًا للاحتفال بأعياد الميلاد المهمة للآخرين، وهي علامة أخرى على التماسُك الاجتماعي القوي لهذا الفرع المعرفي.

عُقِد أول مؤتمر دولي للرياضيين في زيوريخ عام ١٨٩٧، وحضره ممثلون عن دول أوروبية مختلفة وعن الولايات المتحدة، وعُقِد المؤتمر الثاني في باريس عام ١٩٠٠ ليتزامن مع معرض الجامعة «إكسبوزيسيون أونيفيرسال»، وأهم ما جرى فيه خطابُ الرياضي الألماني ديفيد هيلبرت، الذي عَرَضَ فيه ثلاثًا وعشرين مسألة، آمِلًا أن يحلها الرياضيون في القرن الجديد (ومع ذلك لم يكن برهانُ نظرية فيرما الأخيرة من بينها). وبعد عام ١٩٠٠، عُقِد مؤتمرٌ كلَّ أربع سنوات، فيما عدا سنوات الحربَيْن العالميتين الأولى والثانية. ومع ذلك، فقد أدَّى استبعادُ كلٍّ من ألمانيا والنمسا والمجر وتركيا وبلغاريا خلال عشرينيات القرن العشرين، وغياب دول أخرى اعترضَتْ على هذا القرار؛ إلى نشوب جدال بشأنِ ما إذا كان بالإمكان وصف هذا المؤتمر بأنه «دولي».

من شأن قائمة المدن التي استضافت المؤتمر، أن تقصَّ علينا قصةَ الطبيعة العالمية المتزايدة للبحث الرياضي؛ فحتى ستينيات القرن العشرين، عُقِدت كلُّ اللقاءات في أوروبا الغربية أو كندا أو الولايات المتحدة، ولكنَّ مؤتمرَ عامِ ١٩٦٦ عُقِد في موسكو، وفي عام ١٩٨٢ عُقِد في وارسو. وأول دولة آسيوية استضافت المؤتمر كانت اليابان، في عام ١٩٩٠، تبعتها الصين في عام ٢٠٠٢، والهند في عام ٢٠١٠. وعندما أعلن وايلز برهانَ نظريةِ فيرما الأخيرة في مسقط رأسه كامبريدج، كان بمقدوره بالسهولة ذاتها أن يخاطِب المستمعين في بكين أو مدريد أو حيدر آباد؛ مسارحِ أحداثِ المؤتمرات الثلاثة الأخيرة. إن الرياضيات الآن ليست فرعًا معرفيًّا عاليَ التخصُّص فحسب، بل فرع معرفي دولي بالكامل.

الآن قد وصلنا إلى قمة الهرم الرياضي؛ مجتمع المحترفين المحكم الترابطِ الذي صار مصاحبًا لكلمة «رياضيات»، و«رياضيين». لكنْ مقارَنةً بعدد الأشخاص الذين يمارسون الرياضيات بانتظام، بدايةً من أطفال المدارس إلى أعلى، فهذا المجتمعُ المحترف بالغُ الصِّغَر، وعددُ النساء فيه أصغرُ. يحقُّ للمرء أن يتساءل: لماذا لا يزال تمثيل النساء صغيرًا؟ ليست هناك إجابة سهلة عن هذا السؤال، ولكن ينبغي لنا أن نتذكَّر أنه كما

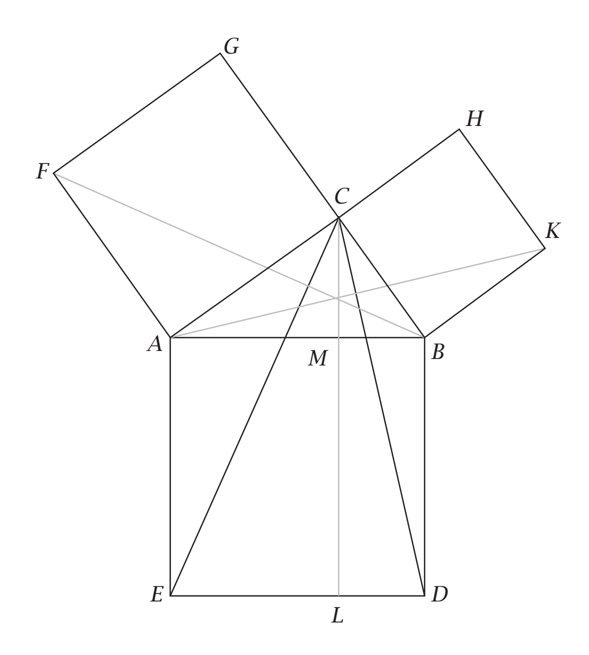
في معظم الميادين الاحترافية، قد وُضِعت القواعد على يد الرجال ومن أجلهم، وربما يجد بعض النساء أن الأجواء عند قمة الهرم لا تناسِبهن، وأن هذه الصحبة ليست دائمًا ملائمةً. إذا تركنا رياضيات الصفوة لمؤرخي الصفوة، فلن تكون لهذا الأمر أهميةٌ كبيرة؛ فمثلما مرَّتِ الرياضيات نفسها بتجسيدات متعددة، عاش الرياضيون حياتهم بطرق متعددة، وليس أيٌّ منها أكثر صوابًا مما سواها.

الفصل السادس

في داخل الرياضيات

إلى الآن، تجنَّبْتُ الانخراط في مناقشة التفاصيل الفنية الرياضية، ولن أنغمس فيها بدرجة كبيرة في هذا الفصل أيضًا، بَيْدَ أن أيَّ مؤرِّخ للرياضيات ليس مُلزَمًا فقط باستعراض السياق الاجتماعي للنصوص الرياضية المكتوبة في الماضي، ولكنه ملزمٌ أيضًا بالاقتراب بقدرِ الإمكان من محتواها، وهذا أمر يسهل قوله عن فعله؛ فعلى أحد المستويات يمكن لرياضيات الماضي أن تبدو سهلةً مقارَنةً بما هو مُتوقَّع من طالب الجامعة مثلًا اليوم. والصعوبة التي يواجهها المؤرخُ عادةً ليست في فهم الرياضيات ذاتها بالأساس، ولكن في دخول العالَم العقلي والرياضي الخاص بشخص من مجال معرفي مختلف.

على سبيل المثال: دَعْنا نفكِّر لحظةً في نظرية فيثاغورس، التي ذُكِرت الآن عدة مرات في هذا الكتاب. إن برهان إقليدس للنظرية موضَّح في الشكل ٦-١، وهو يستلزم رسم مربعات على الأضلاع الثلاثة للمثلث القائم الزاوية، مع تقسيم المربع الأكبر إلى قسمين، ثم بيان أن كلًّا من هذين القسمين مساوٍ لواحد من المربعين الأصغرين. أوضح أوليفر بيرن عام ١٨٤٧ التفاصيلَ بمهارةٍ وبالألوان، في برهانٍ بلا كلمات تقريبًا موضَّح في الشكل ٦-٢. أحد ملامح البرهان الأساسية أنه يُطبَّق على أي مثلث قائم الزاوية مهما كانت طريقة رسمك (في الحقيقة، نسخة ديفيد جويس التفاعلية المعدَّلة تسمح لك أن تفعل بالمثل الأصلي ما تشاء، ما دمتَ محافِظًا على الزاوية القائمة). بكلمات أخرى، البرهان لا يعتمد على قياسات معينة ولا يتضمَّن أيَّ حساب، وعلى وجه الجزم ليس فيه أي جبر. هذا متَّفِق تمامًا مع أسلوب كتاب «العناصر»؛ فقد سمح إقليدس لقرَّائه باستخدام المسطرة والفرجار، وليس الآلة الحاسبة.

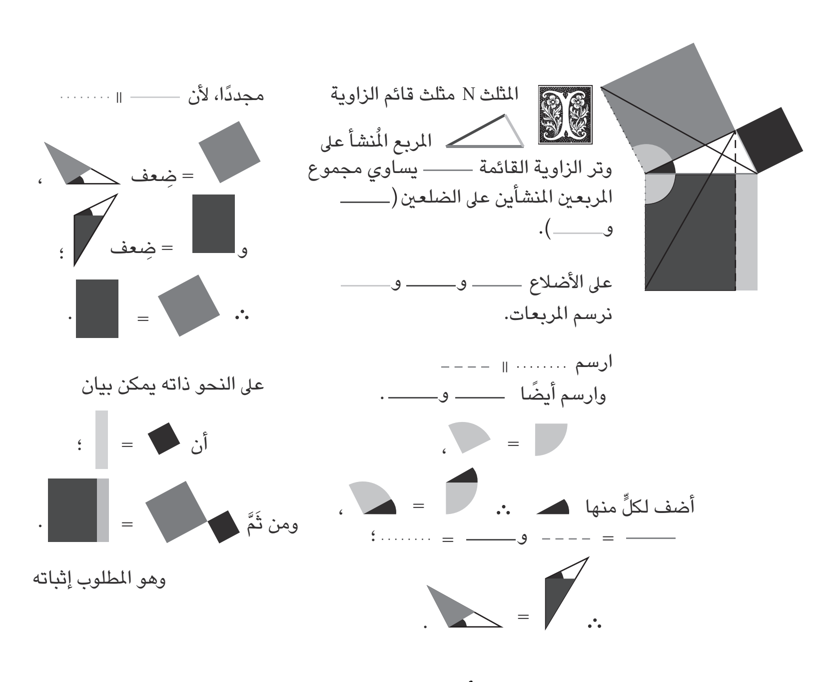


شكل ٦-١: برهان إقليدس لنظرية فيثاغورس: الشكل $AMLE = AFGC$ و$BDLM = CHKB$.

برهان ثابت بن قرة، الموضَّح في الشكل ٥-١، يعتمد على هندسة القص واللصق، لإيضاح أن المربع الأكبر يمكن أن يغطِّي المربعين الأصغرين. بالنسبة إلى إقليدس وابن قرة، فإن الحدس الأساسي الكامن وراء كلٍّ من النظرية والبرهان كان هندسيًّا.

والآن تَدبَّرِ الأسلوب الحديث المتمثِّل في تسمية أضلاع المثلث بالحروف a وb وc وكتابة الصيغة $a^2 = b^2 + c^2$. هل يمثِّل هذا النظريةَ التي كانت في عقل إقليدس؟ بأحد المعاني، نعم. نحن نعلم أن مساحة المربع الذي طول ضلعه a هي a^2؛ وبهذا فإن الصيغة ما هي إلا طريقة موجزة لإيجاز حقيقةٍ هندسية. هناك حتى استمرارية في اللغة؛ فنحن نستخدم كلمة «مربع» للكمية a^2، وللشكل الهندسي ذي الأضلاع الأربعة. ولكن بمعنًى آخر، لا؛ فالصيغة تأتي من ثقافة رياضية أخرى تختلف تمامًا عن ثقافة إقليدس، التي فيها تعلَّمْنا ألَّا نَدَعَ الحروفَ تمثِّل أطوالًا، والتي فيها يمكننا أن ننسى

تقريبًا الهندسة، ونعالج الحروف تبعًا لقواعدها الذاتية. وهكذا فإننا إذا أردنا، نستطيع أن نعيد كتابة الصيغة السابقة على النحو التالي: $c^2 = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$، التي هي صحيحة، ولكن لم تَعُدْ لها أية صلة واضحة بالمثلث القائم الزاوية.



شكل ٦-٢: برهان أوليفر بيرن لنظرية فيثاغورس.

إن الانتقال من الرؤية الهندسية إلى المعالجة الجبرية ليست شيئًا تافهًا؛ فهي تحتاج إلى شيء من مجهود لتعلُّم كيفية القيام بها. وتاريخيًّا، فإن الانتقال من ثقافة رياضية تكون فيها الهندسة متسيِّدة، إلى ثقافةٍ بدأت تكون الأسبقيةُ فيها لِلُغة الجبر؛ حَدَثَ في أوروبا الغربية في القرن السابع عشر. (كان فيرما واحدًا من أوائل الرياضيين الذين جرَّبوا هذه الإمكانية، ومع ذلك، فإنه أيضًا اشتكى بمرارةٍ من الانحراف عن الطرق التقليدية لعمل الأشياء.) وقد درس المؤرخون هذه الفترةَ بتركيزٍ مكثَّف؛ لأن التغيُّرات كانت حاسمةً في تطوُّر الرياضيات الحديثة. إن اعتبار النسخة الجبرية المعدَّلة من نظرية

فيثاغورس مساويةً في جوهرها للنسخة الهندسية، فيه تجاهُلٌ للثغرة التاريخية الواسعة بينهما، تلك الثغرة الواسعة التي لم يتم رَأْبها إلا بمحاولات متراكمة قام بها مفكِّرون أفذاذ كثيرون.

إعادة التفسير

إن المثال الذي عرضتُه للتوِّ هو حالةُ إعادةِ تفسيرٍ رياضي، بأخذ نظرية هندسية وإعادة تفسيرها جبريًّا، وهذا شيء يفعله الرياضيون كثيرًا؛ إذ إن من الطرق الرئيسية التي يطوِّر بها الرياضيون موضوعاتهم، أن يأخذوا جزءًا من عملٍ قديم — عملِهم أو عملِ أيِّ شخص آخَر — ويستكشفوه ويتوسَّعوا فيه ويختبروه تحت شروط جديدة؛ ومع ذلك، فإن إعادة كتابة الرياضيات القديمة تختلف تمامًا في نظر الرياضيين عنها في نظر المؤرخين. عندما أُعِيد اكتشاف كتاب «الحساب» لِديوفانتس، في أوروبا خلال عصر النهضة، تَبيَّنَ أنه مصدر غني بالمسائل، لدرجة أنه أُعِيد تفسيره بطرق متعددة، سواء رياضيًّا أم تاريخيًّا. وسنتدبر الجانب الرياضي أولًا.

رأينا من قبلُ كيف أن فيرما توسَّعَ في المسألة II. 8، مختبِرًا إياها على مكعبات أو حتى على قوًى أعلى كما على المربعات. سنفحص هنا بعناية تفسيرًا آخَر من بدايات القرن السابع عشر لمسألة مختلفة لِديوفانتس، هذه المرة على يد الرياضي الإنجليزي جون بِل، الذي وُلِد في ساوثويك في سَسكس عام ١٦١١، وعاش في الوقت نفسه الذي عاش فيه هاريوت وَأوتريد (اللذان قابلناهما في الفصل الخامس)، وإنْ كان أصغر عمرًا بنحو خمسين عامًا. تَعلَّمَ بِل في مدرسة ستيننج المتوسطة المُنشَأة حديثًا، التي تقع على بُعْد أميال قليلة شمال ساوثويك، وبعد ذلك في كلية ترينيتي بكامبريدج. بعد ذلك عاد إلى سَسكس، ودرَّسَ في مدرسة تجريبية في تشيتشستر، إلى أن أُغلِقت بعد سنوات قلائل. قضى بِل من عمره سنواتٍ باحثًا إما عن وظيفة مدفوعة الأجر، وإما عن راعٍ، لكنه لم يعثر على أيٍّ من الاثنين يناسب طباعه الخاصة. وفي نهاية عام ١٦٤٣، عُيِّن في مدرسة «جمنازيوم» في أمستردام، وبعد عامين في مدرسة «إللاستر» في بريدا؛ حيث بقي إلى عام ١٦٥٢.

خلال هذه الفترة أعطى بِل اهتمامًا كبيرًا لِديوفانتس، ونعلم هذا لأنه في السنوات الأولى من أربعينيات القرن السابع عشر أصبح بِل على معرفة شخصية بالسير تشارلز كافنديش (الذي قابلناه في الفصل الخامس)، وتَرَاسَلا خلال سنواتِ عملِ بِل في هولندا. كانت تجمعهما علاقةُ رعايةٍ رياضية خاصة؛ فكان كافنديش يسأل بِل أن يساعده في

فهم أي شيء فشل في فهمه في أحدث قراءاته في مجال الرياضيات، وكان بِل يجيب. من الواضح أن كافنديش كان يؤمن بقدرات بِل العالية، وتَوقَّعَ له أن ينشر عددًا من الكتب المهمة، من بينها نسخة جديدة من مؤلَّف ديوفانتس ذلك، وكتب يقول: «إنني شديد الشوق إلى أن أرى هذا المؤلَّف.» لكن للأسف، كان بِل مريضًا لدرجةٍ أعجزَتْه عن إتمام أي عمل أو نشره، ولكنْ هناك دليل على أنه على الأقل بدأ العمل في هذه النسخة.

ذلك الدليل يأتي من مذكرات بِل الضخمة (آلاف الصفحات الموثقة الآن في أكثر من ٣٠ مجلدًا كبيرًا في المكتبة البريطانية). سبب اهتمام بِل الشديد بِديوفانتس هو أنَّ بِل طوَّرَ طريقةً لحل المسائل، ظنَّ أنها تناسِب تمامًا المسائلَ الواردة في كتاب «الحساب». كانت الطريقة كالآتي؛ أولًا: لأي مسألة، ضَعِ الكميات غير المعلومة والشروط المعطاة في سطور مرقمة. ثانيًا: اعمل على نحوٍ منهجي من الشروط إلى الإجابة المطلوبة. وللتأكد من أن العمل يتواصل على نحوٍ مطَّرد بدقة، تُوضَع المسألةُ في ثلاثة أعمدة، مع وَضْع أرقام السطور في العمود المركزي الضيق، ويحتوي العمود الأيسر على تعليمات مختصرة لكل سطر، والعمود الأيمن على نتيجة تنفيذ التعليمات. النظام كله يشبه إلى حدٍّ بعيد الخوارزمياتِ الحديثةَ.

لرؤية كيفية تطبيق هذه الطريقة على عمل ديوفانتس القديم، دَعْنا نفحص حلَّ بِل للمسألة IV.1 من كتاب «الحساب»: لإيجاد عددين مجموعهما عدد معين، ومجموع مكعبيهما عددٌ آخَر معين. اقترَحَ ديوفانتس أن مجموع العددين ينبغي أن يكون ١٠، وأن مجموع مكعبَيْهما ٣٧٠، وهذه هي المسألة التي عملت عليها الشابة آن دافينانت وفق إرشادات والدها لاحقًا. حلَّ بِل المسألةَ بأسلوبه الذاتي المتفرد؛ السطران الأولان معروضان فيما يلي، وفيهما سمَّى العددين المجهولين a وb:

$$a = ? \quad 1 \quad aaa + bbb = 370$$
$$b = ? \quad 2 \quad a + b = 10$$

وبعد ذلك، متتبعًا ديوفانتس بدقة، قدَّم بِل عددًا ثالثًا، وافترض أن $a = c + 5$؛ بحيث، وبالضرورة يكون، $b = 5 - c$؛ ومن ثَمَّ فإن السطرين التاليين يكونان:

$$c = ? \quad 3 \quad \text{let } a = c + 5$$
$$2' - 3' \quad 4 \quad b = 5 - c$$

حيث $3' - 2'$ تعني: اطرح السطر الثالث من السطر الثاني. الآن كلٌّ شيء مُعَدٌّ للعمل. يحتاج القارئ الذي يريد أن يتابِع التفاصيلَ إلى أن يعلم أن إرشاد بِل $3'@3$ يعني خذ مكعب السطر الثالث، بينما $10'\omega 2$ يعني خذ الجذر التربيعي للسطر العاشر. من العادات الأخرى التي فضَّلَها بِل تحويل الأحرف من الصورة الصغيرة إلى الكبيرة بمجرد التوصل إلى القيمة المطلوبة:

$3'@3$	5	$aaa = ccc + 15cc + 75c + 125$
$4'@3$	6	$bbb = 125 - 75c + 15cc - ccc$
$5' + 6'$	7	$aaa + bbb = 30cc + 250$
$7', 1'$	8	$30cc + 250 = 370$
$8' - 250$	9	$30cc = 120$
$9' \div 30$	10	$cc = 4$
$10'\omega 2$	11	$c = 2$
$11' + 5$	12	$c + 5 = 7$
$5 - 11'$	13	$5 - c = 3$
$3', 12'$	14	$A = 7$
$4', 13'$	15	$B = 3$

الأسطر الأربعة النهائية تختبر أن المسألة قد حُلَّت حَلًّا سليمًا في الحقيقة:

$14'@3$	16	$AAA = 343$
$15'@3$	17	$BBB = 27$
$16' + 17'$	18	$AAA + BBB = 370$
$14' + 15'$	19	$A + B = 10$

يبدو أن بِل قد خطَّطَ لإعادة كتابة كتب «الحساب» الستة كلها بهذا الأسلوب، ولكن حتى لو كان قد أتمَّ هذه المهمة، فإن مخطوطه قد فُقِد. كان كثيرٌ من معاصريه منبهرين بهذه الطريقة، حتى إن صديقه جون أوبري قد اخترع فعلًا لاتينيًّا جديدًا لها هو pelliare.

يتضح من المثال السابق أن بِل لم يكن يسرف في استخدام الكلمات؛ فالكلمة الوحيدة التي تظهر في سطوره التسعة عشر من العمل، هي let بمعنى «دَعْ» (وقد كتبها فعلًا باللاتينية sit). لكنْ إذا كانت الكلمات ستختفي، يجب أن تكون هناك رموزٌ تحلُّ محلَّها، وهنا تظهر عبقريةُ بِل الابتكارية. إن الرمزين @ وω اللذين ساعدا في الحفاظ على العمود الأيسر مختصرًا، لم يعودَا مستخدمَيْن، ولكن رمز القسمة ÷ ظل باقيًا معنا. إن اختراع الرموز كان إحدى مواهب بِل الخاصة، وفي هذا الصدد كان يتَّبِع تقليدًا إنجليزيًّا مهمًّا في ذلك الوقت. عام ١٥٥٧ اخترع روبرت ريكورد الرمز = استنادًا على أنه «لا يوجد شيئان متساويان أكثر من خطين متوازيين.» ونحو عام ١٦٠٠ أضاف توماس هاريوت رمزَيْ عدم التساوي > و<، والاصطلاح ab بمعنى ضرب a في b. وفي عام ١٦٣١ قدَّم ويليام أوتريد الرمز ×، على الرغم من أنه نادرًا ما استخدمه، ونادى أيضًا بحماسة بأن الرمز «يقدِّم ببساطة ووضوح للعين السياقَ كله، وكل عملية وكل مناقشة.» هذا بوضوح ما كان يفكِّر فيه بِل أيضًا؛ أن هذه الطريقة تجعل الحجةَ واضحةً وصريحةً للعين من دون أية حاجة لتوضيح إضافي؛ لهذا فإن جهوده لتفسير نص ديوفانتس تُحدِّثنا بصورةٍ ما عن طموحات رجال الجبر الإنجليز في أوائل القرن السابع عشر، أكثرَ مما تُحدِّثنا عن ديوفانتس ومؤلَّفه «الحساب».

هذا ينطبق أيضًا على عمليات إعادة التفسير ذات الطابع التاريخي وليس الرياضي؛ فهي تكشف عن المفسِّر أكثر مما تكشف عن الموضوع المفسَّر؛ على سبيل المثال: القصص التي دارت عبر قرون عن أصول الجبر، لم تسجِّل فقط حقيقةً تاريخية، لكنْ سجَّلَتْ فهمًا عصريًّا كذلك. لقد جاء الجبر أول ما جاء إلى المناطق غير الإسلامية في أوروبا الغربية في أواخر القرن الثاني عشر، من خلال ترجمات مؤلَّف الخوارزمي «الجبر والمقابلة»، ولكن في القرن السادس عشر نُسِي هذا التاريخ القديم، هذا لو كان قد أَخَذَ حقَّه من المعرفة من الأساس. ومع ذلك، فقد تمَّ الإقرار بالأصول الإسلامية للموضوع، وإنْ كان ذلك قد حدث من خلال الكلمتين ذواتَي الوقع الغريب: «الجبر» و«المقابلة» المصاحبتين له. وهكذا فإن كُتَّاب القرن السادس عشر نسبوا اختراعَ الجبر لـ «شخص عربي على قدر كبير من الذكاء»، وأحيانًا إلى شخصٍ يُدعَى الجابر (وفي الواقع فإن جابر بن الفلاح، الفلكي المسلم الإسباني الذي عاش في القرن الثاني عشر لم تكن له علاقةٌ بالجبر)، أو إلى شخص ذي اسم مبهم يُسمَّى «موميتو دي موسى آرابو» (استخراج من اسم محمد بن موسى، وهو اسم عربي).

لكن في عام ١٤٦٢ فَحَصَ العالِم الألماني يوهانز مولر — الشهير باسم ريجيومونتانوس، من الاسم اللاتيني لمدينة موطنه؛ كونيجزبرج — مخطوطًا لكتاب «الحساب» لِديوفانتس في فينيسيا، وبعد ثلاث سنوات أثناء إلقاء محاضرة في بادوا، وصف المحتوى بأنه «زهرة كل الحساب … التي تُسمَّى اليومَ بالاسم العربي «الجبر».» لم تُطبَع محاضرته حتى عام ١٥٣٧، ولكن بعد وقت قليل جدًّا بدأ كتَّاب يتبنَّوْن الفكرةَ ذاتها؛ أن الجبر قد اخترعه ديوفانتس، وتبنَّاه «العرب» في وقتٍ متأخِّر فحسب. يستطيع المرء أن يرى سببَ قبول مثل هذه القصص في وقتٍ كان الأصلُ الإغريقي يُمنَح فيه احترامًا فوريًّا ومنزلةً رفيعة. إنَّ حقيقة أنَّ المسائل التي عالَجَها ديوفانتس كانت مختلفةً في كلٍّ من الأسلوب والمحتوى عن المسائل الموجودة في النصوص الإسلامية؛ يبدو أنها لم تمنع أيَّ شخص من التفكير في أن تلك الأخيرة لا بد أن تكون قد اشتُقَّتْ بطريقةٍ ما من الأولى.

وحتى في يومنا هذا، على الرغم من التقدير الوافر للرياضيات التي ورِثَتْها أوروبا الغربية من العالَم الإسلامي، فإن فضلَ تأسيس الجبر ما زال يُنسَب أحيانًا إلى ديوفانتس. يمكن لهذا النقاش أن يطول ويطول، ولكن ينبغي لنا أن نحاول أن نفهم رياضيًّا تَبِعات هذا الأمر. من الحقيقي أن ديوفانتس طرح مرات متعددة مسائلَ من نوعية «أوجد عددًا» يمكن حلُّها بسهولةٍ بالطرق الجبرية الحديثة، كما يوضِّح مثال بِل، لكنه أيضًا طرح عددًا كبيرًا آخَر من المسائل «غير المحددة»؛ أيِ التي يوجد لكلٍّ منها أكثر من حلٍّ ممكن. في مثل هذه الحالات، كان ديوفانتس عادةً يقنع بأن يُظهِر، بطريقة خاصة، إجابةً واحدة فقط من هذه الإجابات. في الحقيقة، إن أعماله كانت مليئةً بأفكار — بعضها كان بارعًا جدًّا — تناسِب الأسئلة جيدًا، وذلك على القواعد الأكثر عموميةً للنصوص الجبرية الإسلامية التي أَتَتْ بعد ذلك. اقتُرِح أيضًا أن ديوفانتس استخدم رموزًا أولية، مثل الرمز ς للعدد غير المعلوم و$\Delta^{٢}$ لمربعه، ولكن تَبيَّنَ الآن أن هذه الاختصارات للكلمتين الإغريقيتين arithmos (بمعنى عدد) وdynamis (بمعنى مربع)، على الترتيب، كان قد قدَّمها الناسخون في القرن التاسع، ولا يمكن أن تُنسَب إلى ديوفانتس على الإطلاق. وأخيرًا، فإن الرياضيات التي اشتُقت من كتاب «الحساب» جرى استيعابها في نظرية الأعداد الحديثة، بينما أدَّتْ نصوص الجبر الإسلامية مباشَرةً إلى ظهور الجبر في أوروبا الغربية. يبدو لي أن كلمة «الجبر» يجب أن يُقصَد بها القواعد والإجراءات التي وصفها

الممارِسون أنفسهم بأنها تنتمي لهذا الفرع، وأننا يجب ألَّا نفرض تلك الكلمة، ولا التاريخ الذي تحمله معها، على كاتبٍ كان يعمل في زمن بعيد، وفي ظلِّ تقاليد مختلفة تمامًا.

مَن كان الأول ...؟

السؤال الذي بحثناه توًّا — «مَن اخترع الجبر؟» — هو نموذج لتلك الأسئلة التي تُطرَح على مؤرخي الرياضيات، والذين من المتوقَّع غالبًا أن يكونوا قادرين على القول بمَن كان أول مَن اكتشف أو اخترع أفكارًا معينة. لكن فيما عدا أبسط الحالات، فإن مثل هذه الأسئلة تكون الإجابة عنها بالغة الصعوبة. خُذْ، على سبيل المثال، اكتشافَ حساب التفاضل، الذي هو فرع من الرياضيات يمكن أن يُستخدَم لوصف التغيُّرات والتنبؤ بها، وهو يُستخدَم اليومَ في علم الأحياء والطب والاقتصاد وعلم البيئة وعلم الأرصاد الجوية، وكل علم آخَر يُعنَى بدراسة نُظُم معقَّدة متفاعلة؛ لهذا من المنطقي أن نريد معرفة «مَن اخترع حساب التفاضل؟»

الإجابة الموجزة أن ثمة شخصين اخترعاه فعلًا، في الوقت نفسه تقريبًا وعلى نحوٍ مستقل؛ وهما: إسحاق نيوتن الذي كان يعمل في كامبريدج، وجوتفريد فيلهلم لايبنتس الذي كان يعمل في باريس. بالنسبة إلى المؤرخين الحديثين، لم يَعُدْ هناك أيُّ جدالٍ في هذا؛ لأننا نمتلك مخطوطات كلا الرجلين، ونستطيع أن نرى بالضبط أفكارهما، بل وبأي ترتيب طُوِّرت. نستطيع أن نرى أيضًا أنهما عالجَا الموضوعَ بطرائق مختلفة جدًّا، وكلاهما صمَّمَ معجمَه الخاص ورموزَه (تكلَّمَ لايبنتس عن «التفاضلات»، بينما تكلَّمَ نيوتن عن «التغيُّرات المستمرة»، اخترَعَ لايبنتس الرمزَ المعتاد الآن $\frac{dx}{dt}$، بينما استخدم نيوتن الرمزَ الأقل شيوعًا الآن $\dot{x}$).

لكن في نظر معاصريهما، لم تكن المسألة واضحة إطلاقًا. إن الحقائق الأساسية هي أن نيوتن طوَّر نسخته من التفاضل خلال العامين ١٦٦٤ و١٦٦٥ (قبل عيد ميلاده الثالث والعشرين)، لكنه لم يفعل شيئًا به. بعد ذلك، في سبعينيات القرن السابع عشر، وبينما كان منخرطًا في مجادلة فكرية مع روبرت هوك بشأن اكتشافاته في علم البصريات، ربما كان متردِّدًا في الإقدام على مخاطرة أخرى في حساب التفاضل. وعلى أية حال، في ذلك الوقت كان اهتمامه قد تحوَّلَ إلى الخيمياء، التي تملَّكَتْه على مدار العقد التالي. في عام ١٦٧٣ كان لايبنتس يعيش في باريس، وبدأ العمل مستقِلًّا على بعض المسائل نفسها التي أثارت اهتمامَ نيوتن سابقًا، ونشر أول بحث له عن حساب التفاضل

في عام ١٦٨٤، وتبعه ببحثين آخَرين في تسعينيات القرن السابع عشر. يبدو أن نيوتن لم يكترث للأمر، معتبِرًا عمل لايبنتس المبكر أقرب إلى التفاهة مقارَنةً بما كان هو نفسه قادرًا على إنجازه؛ بَيْدَ أن بعض أصدقاء نيوتن كان شعورهم مختلفًا، وفي سنوات نهاية القرن بدأ مؤيدوه يلمِّحون إلى أن نيوتن لم يكن الأول فحسب، بل ربما يكون لايبنتس قد سرق بذرة أفكاره من نيوتن. إن حقيقة اطِّلاع لايبنتس على بعض أبحاث نيوتن عندما كان في لندن عام ١٦٧٥، وأنه تلقَّى رسائل من نيوتن عام ١٦٧٦؛ لم تكن في صالحه، لكنْ لا يستطيع أحد سوى لايبنتس أن يحكم على مقدارِ ما تعلَّمَه منها ومقدارِ ما كان اكتشفه بنفسه مِن قَبل بالفعل.

أحجم الاثنان، نيوتن وَلايبنتس، عن المواجهة المباشرة، ولكن سمحَا للمعركة بأن تدور بين تابعِيهما، الذين كانوا محاربين شَرِسين. وأخيرًا في عام ١٧١١، تَقدَّم لايبنتس بالتماسٍ إلى الجمعية الملكية، التي كان عضوًا فيها، للفصل في النزاع. شكَّلَ نيوتن، بصفته رئيسًا للجمعية، لجنةً لم تكن بها حاجةٌ إلى أن تجتمع؛ لأن نيوتن كان مشغولًا بالفعل بكتابة تقريرها. ومن غير المثير للدهشة أن جاء الحكم في صالح نيوتن، أيضًا من غير المثير للدهشة أن هذه لم تكن نهاية الأمر؛ إذ استمرَّ الجدل حاضرًا حتى بعد موت لايبنتس في عام ١٧١٦. ويفسِّر هذا النزاعُ لماذا في عام ١٨٠٩ كان جورج بِيت يتعلَّم مادةً تُسمَّى «التغيُّر المستمر» في كمبريا وليس «حساب التفاضل».

إنها قصة ليس من ورائها عبرة، لم يخرج أيٌّ من طرفَيْها فائزًا. والغاية من إعادة روايتها هي تأكيد مدى صعوبة أن يحسم أيُّ شخصٍ الأمرَ؛ إذ لا يملك أي شخص الحقائقَ كلها، كما أنه من الصعب معرفة ما إذا كان الجدالُ حول حساب التفاضل ككلٍّ، أم كان حول وجهات نظر معينة (اتُّهم فيه لايبنتس الإنجليزَ بتغيير رأيهم حيال هذا الموضوع)، وكما هو حال النزاعات عامة، فقد دخلت في هذا النزاع اعتراضاتٌ كثيرة لم تكن قطُّ جزءًا من الحجج الأصلية. الغاية الأخرى من رواية القصة هي بيان أن الدليل الحاسم للحقيقة لا يأتي مما كتبه الأشخاص الموجودون وقتَها أو قالوه؛ لأنه كان مجتزَأً في الأغلب، وإنما من المخطوطات الرياضية نفسها.

في الرياضيات، ليس من المستبعد أن يتوصَّل شخصان إلى أفكار متشابهة في الوقت نفسه تقريبًا، كما حدث في حالة حساب التفاضل؛ فبمجرد أن يُوضَع الأساس يستطيع أحد الرياضيين أن يستعمله تمامًا بالسهولة نفسها مثل الآخَر، ويصبح توزيعُ التقدير أمرًا بالغَ الصعوبة، خاصةً إذا كان هناك نوعٌ من التواصُل بين الشخصين؛ ولهذا السبب

تحديدًا حرص وايلز على أن يعزل نفسه تمامًا خلال سنوات عمله على نظرية فيرما الأخيرة. وفي حالة حساب التفاضل، هناك دليل موثَّق كافٍ للمؤرخين ليستنبطوا ماذا حدث حقيقةً، ولكن ليس الحال دائمًا هكذا؛ فقد طوَّرَ رياضيان في بدايات القرن التاسع عشر، هما برنارد بولزانو من براج وَأوجستين لوي كوشي من باريس، بعضَ الرياضيات المتشابهة للغاية أيضًا، وذلك على يد بولزانو في عام ١٨١٧ وكوشي في عام ١٨٢١. هل «اقتبس» كوشي من بولزانو أم لا؟ نُشِر عمل بولزانو في مجلة بوهيمية معروفة في نطاق محدود، وكانت على الرغم من ذلك متاحةً بالنسبة إلى كوشي في باريس. على الجانب الآخَر، كلاهما استطاع أن يضيف على نحوٍ مستقلٍّ إلى العمل المبكر الذي قام به لاجرانج. ربما يمكننا أيضًا أن نخمِّن دليلًا ظرفيًّا عن طريقة عمل كوشي، الذي كان معتادًا على الْتقاط الأفكار الجيدة من شخص آخَر، ثم تطويرها إلى أقصى مدًى. لكن في النهاية، في ظلِّ انعدام الدليل الراسخ، فإننا ببساطة لا نستطيع الجزم بأي شيء.

ثمة مشكلة أخرى تكتنف عملية تحديد مَن له السبق في أي اكتشاف، وتتمثَّل في تحديدِ ما يتكوَّن منه الاكتشافُ في الحقيقة؛ على سبيل المثال: في أية نقطة محددة في التاريخ يمكننا القبول بأنه صار لدينا «حساب تفاضل»، في مقابل كتلة الأفكار المتشابكة المتضاربة التي بدأت بالتدريج تعطي معنًى أولًا لنيوتن، ثم بعد ذلك لِلايبنتس؟ من الصعب للغاية، كما رأينا سابقًا، أن نحدِّد أين بدأ الجبر، أو أين أصبحت نظريةُ فيثاغورس نظريةً رسمية في مقابل كونها حقيقة مفيدة معروفة للبنَّائين. إن كل الرياضيات الجديدة تقريبًا مبنيةٌ على أعمال سابقة، وأحيانًا على عددٍ من الأفكار البنَّاءة. يُعَدُّ تَتَبُّع السوابق الخاصة بأسلوب معين أو نظرية معينة من مهام المؤرخين، ولكن ليس من أجل القول بمَن كان له السبق، وإنما كي نفهم على نحوٍ أشد وضوحًا كيف تغيَّرَتِ الرياضيات على مدار الزمن.

تصويب الأخطاء

إن أسلوب إقليدس الاستدلالي المنهجي، الذي تُبرهَن فيه كلُّ نظرية بدقةٍ من واقع نظريات وتعريفات سابقة؛ صمد لمدة قرون بوصفه معيارًا ذهبيًّا للأسلوب الرياضي. لكن حتى إقليدس تبيَّنَ أنه ليس معصومًا من الخطأ. لقد طُرِحَت مبكرًا أسئلة حول إحدى مسلَّمات إقليدس في زمن مبكر يرجع إلى القرن الخامس الميلادي، وثبت أنه من الصعب جدًّا الإجابة عنها؛ هذه المسلَّمة العسيرة تُعرَف أحيانًا باسم «مسلَّمة التوازي»، ويمكن التعبير

عنها بطرائق مختلفة، لكن الطريقة الأسهل هي القول بأنه إذا كان لدينا خط l في المستوى، ونقطة p لا تقع على الخط، فإنه يوجد خط واحد فقط يمر بالنقطة p يكون موازيًا للخط l. إن معظمنا لن يجد أية صعوبة في تقبُّل ذلك؛ وتترتَّب على ذلك النتيجةُ المنطقية التي تقول إن مجموع زوايا أي مثلث هو ١٨٠ درجة، ومعظمنا ليست لديه صعوبة في تقبُّل ذلك أيضًا. لكنَّ كثيرين ممَّن علَّقوا على أعمال إقليدس رأوا أن مسلمة التوازي يجب ألَّا تكون مسلَّمة بل نظرية؛ أي إنه يجب بطريقةٍ ما أن يكون بالإمكان البرهنة عليها من تعريفاتٍ ومسلَّماتٍ أخرى. كان ثابت بن قرة وعمر الخيام من بين أولئك الذين حاولوا، وحاوَلَ أيضًا جون واليس في أكسفورد عام ١٦٦٣. وبعدئذٍ في عام ١٧٣٣، قام رياضي لا نذكر له أعمالًا أخرى، يُدعَى جيرولاموسا ساتشيري، أستاذ رياضيات في بافيا في شمال إيطاليا؛ بإعادة المحاولة بأسلوب مختلف. بحث ساتشيري ماذا قد يحدث إذا تَصوَّرْنا أن مجموع زوايا المثلث إما أقل من ١٨٠ درجة وإما أكبر، آمِلًا بالطبع أن تكون النتائجُ منافيةً للعقل بحيث يسهل رفضها. بَيْدَ أنه كان مخطئًا؛ فقد قاده افتراضُ أن مجموع زوايا المثلث أقل من ١٨٠ درجة إلى بعض النتائج الغريبة، لكنها كانت متَّسِقةً.

وبعد مائة عام، طوَّرَ كلٌّ من نيكولاي إيفانوفيتش لوباتشيفسكي، الأستاذ بجامعة كازان في روسيا، وَيانوس بولياي من مدينة تُسمَّى الآن كلوج في شمالي رومانيا؛ هذه الأفكار لمدًى أبعد كثيرًا (في مثال آخَر على الاكتشاف المستقل، ولكن المتزامِن تقريبًا)، وأدرَكَ كلاهما أنه من الممكن إنشاء نوعٍ من الهندسة مقبولٍ رياضيًّا، ولكنه على وجه القطع ليس إقليديًّا. كانت الفكرة مروعةً في نظر مفكري القرن التاسع عشر؛ فإحدى النتائج المترتبة عليها أنه لا أحد يستطيع أن يعلم ما إذا كان الفراغ اللانهائي نفسه إقليديًّا أم غير إقليدي، تمامًا مثلما نعجز من خلال السَّيْر في الشارع عن تحديدِ ما إذا كانت الأرض كرويةً أم مسطَّحةً. كان من المفترض أن تقدِّم الرياضيات حقائقَ غيرَ قابلةٍ للجدل عن العالَم، لكنْ فجأةً صارت هذه الحقائق تبدو أقلَّ إحكامًا.

إحدى نتائج كل هذا أن الرياضيين بدءوا ينظرون بعنايةٍ أكثر إلى افتراضاتهم المفهومة ضمنًا، والمعروفة رسميًّا بالبدهيات. وفي الحقيقة، إنه في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين، وفي عودةٍ إلى الأسلوب الإقليدي الحقيقي، بُنِيت فروع كاملة من الرياضيات على أُسُس بَدَهية، وهو ما فرض عليها دقة منطقية صارمة لم تعرفها الرياضيات منذ عصر الإغريق. بين القرن الثاني قبل الميلاد والقرن التاسع عشر

بعد الميلاد تطوَّرَتِ الرياضيات في أغلبها بطريقة عشوائية. والحقيقة أن الرياضيين لا يصنعون اكتشافاتهم عن طريق إرساء بديهيات ثم التفكير منطقيًّا فيها، وإنما بالاستجابة على نحوٍ تخيُّليٍّ لمسائل تثير اهتمامهم، أو بطرح أسئلة في اتجاهات جديدة، أو برؤيةِ كيف أن أجزاءً في الرياضيات مختلفةً ظاهريًّا ربما تتوافق معًا بطريقة أنيقة. بالطبع ينبغي لهم أن يطبِّقوا مهاراتهم وخبراتهم بطريقة صحيحة، وفي النهاية يجب عليهم أن يقدِّموا حجة محكمة معروفة بـ «البرهان»، كما فعل وايلز في محاضراته بكامبريدج، ولكن هذا على الأرجح سيأتي في مرحلة لاحقة على الأفكار الابتدائية والعمل الجاد الذي يتبعها على نحو محتوم.

إن اكتشاف حساب التفاضل، الذي نُوقِش في القسم السابق، مثالٌ قوي يبيِّن أن الرياضيات في بدايتها لم تكن منطقيةً على الإطلاق؛ كانت الفكرة كلها مبنية على ما سمَّاه رياضيو القرن السابع عشر «كمياتٍ لا متناهية الصِّغَر»، ولكن السؤال الذي يكون المرء مضطرًّا أن يسأله عن كمية لا متناهية الصِّغَر هو: هل لها أي حجم على الإطلاق؟ إذا كان الأمر كذلك، فإنها لا تكون «لا متناهية الصِّغَر»، لكن إذا لم يكن لها حجم، فإنها لا تكون حتى موجودة، ولا يستطيع المرء أن يستخدمها بأية طريقة ذات معنًى في حساباته. ربما يبدو الأمر تدقيقًا لا لزوم له، أقربَ إلى مناقشة عدد الملائكة الذين يستطيعون الرقصَ على رأس دبوس، منه إلى مناقشة الرياضيات، ولكنه مهمٌّ؛ لأن مناقشات الكميات اللامتناهية الصِّغَر يمكن أن تؤدِّي بسرعة إلى تناقُضات، ولأنه يفترض أن الرياضيات صَرْح منطقي موحد، فمن شأن تناقُض واحد أن يُسقِط كلَّ شيء. (لهذا السبب فإن الرياضيين غالبًا ما يقيمون عن عمدٍ أحد التناقضات — كما حاوَلَ ساتشيري أن يفعل — إذا أرادوا إثبات أن شيئًا ما مستحيل، ويُسمَّى هذا الأسلوب «البرهان عن طريق إثبات فساد النقيض».)

كان كلٌّ من نيوتن وَلايبنتس متنبِّهًا بدرجة جيدة لمفارقة الكميات اللامتناهية الصِّغَر، وبذَلَا أقصى ما يستطيعان لمعالجتها؛ إذ تناوَلَها نيوتن تناوُلًا مباشِرًا، بينما حاوَلَ لايبنتس تناوُلها على نحوٍ غير مباشِر. وكان أولئك الذين أتوا بعدهما متنبِّهين أيضًا لها، ولا أقصد هنا الرياضيين فحسب، وإنما أقصد أيضًا أفرادًا متعلِّمين تعليمًا جيدًا من الجمهور؛ على سبيل المثال: تساءَلَ الكاهن جورج بيركلي في كتابٍ يُسمَّى «المحلل: خطاب موجَّه لرياضي ملحد» عمَّا إذا كان الرياضيون، الذين هم في غاية الدقة بشأن الأمور الدينية، على الدقة ذاتها في علومهم الذاتية. كما تساءَلَ عمَّا إذا كانوا لا يخضعون

لأي سلطة، بحيث يتبنَّوْن الأشياء بناءً على الثقة، ويصدِّقون أشياءَ لا تُتَخَيَّل. هل مثل هذه الأمور تمنع الرياضيين من المضي قدمًا في طُرُقهم؟ لا؛ لأنه في زمن مبكر جدًّا في تطوُّر حساب التفاضل، أدرَكَ الرياضيون إلى أية درجة يمكن أن يكون قويًّا، وانشغلوا بتطبيقه مع قدر كبير من النجاح على أشعة الضوء والسلاسل المعلقة والأجسام الساقطة والأوتار المتذبذبة وظواهر أخرى كثيرة في العالَم الفيزيائي. كان من المستحيل عليهم أن يتخلَّوْا عن كل هذا لأجْلِ ما اعتبروه أمرًا غيبيًّا أكثر منه صعوبةً رياضية. استغرق حلُّ هذه المشكلة نحو ١٥٠ عامًا، بطرائق تقنية يصعب ذكرها هنا، لكن خلال هذه السنوات المائة والخمسين، تَقدَّمَت الرياضيات تقدُّمًا فاقَ كلَّ التوقُّعات، على الرغم من أساسها المتزعزع.

يمكن رواية قصة شبيهة عن القرن التاسع عشر؛ ففي عام ١٨٢٢ نشر جوزيف فورييه، وهو محاضر في المدرسة المتعددة التكنولوجية بباريس، بحثًا عن الانتشار الحراري، درس فورييه فيه فكرةَ استخدامِ جمعٍ لا نهائيٍّ من الجيوب وجيوب التمام لوصف التوزيعات الدورية، وهذه الجموع اللانهائية تُعرَف الآن بمتسلسلات فورييه، ولها تطبيقات واسعة المدى في الهندسة والفيزياء؛ ومع ذلك، فإن اشتقاق فورييه الأصلي كان مليئًا بالأخطاء ومواضع عدم الاتساق. كان جزءٌ من هذه الأخطاء يُلغِي بعضُه بعضًا، ولكنَّ كثيرًا منها تجاهَلَه فورييه، إذا كان قد لاحَظَ هذه الأخطاء من الأساس. بعبارة أخرى، إن النظرية الابتدائية لمتسلسلات فورييه لم يكن أساسها أشدَّ ثباتًا من أساس حساب التفاضل؛ ومع ذلك، فقد برهنَتْ — مثل حساب التفاضل — على أنها غنية بدرجة هائلة، وأنها أداة مفيدة. ولكن تمامًا مثلما كان الحال مع حساب التفاضل، تعيَّنَ على رياضيين كُثُر بعد فورييه أن يقضوا وقتًا طويلًا في محاولة إصلاح هذه العيوب.

هذه الأمثلة ليست استثنائية، وكما رأينا، فقد تَعيَّن على وايلز، وهو الرياضي الأكثر كفاءةً بمراحل من فورييه، أن يخوض عملية مشابهة جدًّا لتصحيح أحد الأخطاء، ولو أن الأمر في حالته احتاج إلى عامين فقط، وليس إلى قرن. وتقريبًا كلُّ اكتشاف جديد في الرياضيات يبدأ في صورة غير مصقولة وفي حالة استعداد للإصلاح، ويجب أن يُحسَّن ويُصقَل قبل تقديمه للنظراء، فضلًا عن تعليمه للمبتدئين.

إن معظم الكتب المدرسية تتبع النموذج نفسه الذي سار عليه كتاب «العناصر» لإقليدس؛ بحيث تبدأ من بدايات بسيطة وتشيِّد الرياضيات في تدفُّق منطقي دون انقطاع. بعبارة أخرى، إننا نمكِّن طلَّابًا من أن يتَّبِعوا مسارًا خاليًا من أي انقطاع

— أو نتوقَّع منهم ذلك — وهو ما لم يستطع أن يراه المستكشفون الأوائل. وإذا أُعطِي الطلاب الفرصة للرجوع إلى المكتشفات الأصلية، فمن المحتمل أن يجدوا شيئًا مختلفًا تمامًا؛ عمليةَ محاولةٍ وخطأً وبداياتٍ خاطئةً وطرقًا مسدودةً، وأفكارًا نصف مُشَكَّلة نصف معالَجَة متروكة ليطوِّرها شخصٌ آخَر، وأفكارًا ذات صياغة أفضل صُقلت على مدار شهور أو سنوات، وكلها في النهاية هيَّأها مدرِّسون ربما لم يكونوا مبتكرين، ولكن من المؤكد أنهم تمتعوا بالموهبة التي لا تقل أهميةً، والمتمثِّلة في شرح كيفية سير الأمور للمبتدئين. بكلمات أخرى، إن الشرح المُحسَّن لكتاب مدرسي يحكي لنا قليلًا جدًّا عن الحدس والعمل الشاق والتخيُّل والكفاح، التي انضوت عليها الرياضيات في المقام الأول؛ وهذا هو عمل المؤرخين.

الفصل السابع

التأريخ المتطور للرياضيات

تباينَتْ طرقُ ممارسةِ الرياضيات والتفكير فيها كثيرًا على مدار القرون القليلة السابقة، وبعض أسباب هذا التغيُّر يرجع للتغيُّرات التي حدثت في التاريخ الفكري بصورةٍ أعم، وبعضها بسبب تلك الخاصة بالرياضيات تحديدًا. وكما رأينا في الفصل الثاني، فإن نهج جون ليلاند في خمسينيات القرن السادس عشر، ثم نهج يوهان جيرارد فوسيوس بعد قرن، تَمثَّل في تسجيل أكبر قدرٍ من الحقائق عن المؤلفين والتواريخ والنصوص، لكنْ من دون أي تحليل لأيٍّ ممَّا احتوته تلك النصوص. لكن بحلول أواخر القرن السابع عشر، كان واضحًا لكلِّ مهتمٍّ بالرياضيات أن قوة الموضوع ونطاقه وأساليبه كانت تتقدَّم بسرعة: «الهندسة تتحسَّن يوميًّا»، هكذا كتب جوزيف جلانفيل في عام ١٦٦٨، وبعدها بسنوات قلائل مجَّدَ جون واليس «التقدُّم والتحسُّن» اللذين رفعَا الجبرَ إلى «المكانة التي هو عليها الآن».

شهد القرن الثامن عشر — عصرُ الموسوعات — مطبوعتين أساسيتين تتعلَّقان بتاريخ الرياضيات؛ وهما: «تاريخ الرياضيات» لِجان إتيان مونتوكلا الذي نُشِر في باريس عام ١٧٥٨ (توسَّعَ إلى أربعة مجلدات بين عامَيْ ١٧٩٩ و١٨٠٢)، و«المعجم الرياضي والفلسفي» لِتشارلز هاتون، الذي تضمَّنَ عددًا من المقالات التاريخية ونُشِر عام ١٧٩٥. لكن بحلول أواخر القرن التاسع عشر كان التركيز يتغيَّر، مثلما في الدراسات الأخرى، بعيدًا عن الروايات المتناقلة إلى الطبعات البحثية والترجمات الخاصة بالنصوص القديمة ونصوص العصور الوسطى (كما حدث أيضًا خلال عصر النهضة). ومن أمثلة النصوص التي نُوقِشت قبل ذلك في هذا الكتاب، نجد أن أول ترجمة إنجليزية لكتاب «الحساب» لِديوفانتس، نشرها توماس هيث في عام ١٨٨٥، واعتمدت طبعة هيث لكتاب «العناصر» لإقليدس على أفضل معرفة متاحة وقتها، وظهرت في عام ١٩٠٨. أما ترجمة

تشارلز لويس كاربينسكي لكتاب «الجبر» للخوارزمي من نسخة لاتينية من العصور الوسطى، فقد ظهرت بعد ذلك بسنوات قلائل، في عام ١٩١٥. مثل هذه الطبعات كانت ولا تزال ذات أهمية لا تُضاهَى؛ فلا كتاب «الحساب» ولا «الجبر» كان متاحًا بالإنجليزية قبل ذلك، أما بالنسبة إلى كتاب «العناصر» فتظل طبعة هيث الطبعة الإنجليزية القياسية إلى يومنا هذا.

ومع ذلك، يتعامل المؤرخون المعاصرون مع هذه الطبعات بشيء من الحذر. كانت مقالة هيث عن كتاب «الحساب» بعنوان: «ديوفانتس السكندري: دراسة في تاريخ جبر الإغريق»، وهو عنوان يثير تساؤلاتٍ تناولناها بالفعل في هذا الكتاب. علاوةً على هذا، فقد لاحَظَ أحد المعلِّقين على طبعة هيث عن أبولونيوس أنه «بفضل الضغط الماهر والتعويض بالرموز الحديثة عن البراهين الأدبية، قد احتلَّ أقلَّ من نصف مساحة الأصل.» مرةً أخرى، ربما لا يشكر المؤرِّخون هيث لمهارته، مفضِّلين رؤية النص غير مضغوط، وخاليًا من المفارقات التاريخية للرموز الحديثة؛ ومع ذلك، فإن قدرًا كبيرًا من دراسة تاريخ الرياضيات في بدايات القرن العشرين كان يجري غالبًا على يد رياضيين، وليس مؤرخين، يعملون بالطريقة نفسها تمامًا؛ بحيث ترجموا نصوصًا كُتِبت في الأصل بالهيروغليفية المصرية أو بالسومرية أو بالسنسكريتية أو بالإغريقية؛ إلى رموزٍ ومفاهيم في الرياضيات الحديثة. لم تكن دوافع المترجمين في حد ذاتها تستحِقُّ اللوم؛ ففي محاولةِ فهمِ أفكارٍ تبدو لأول وهلة شديدةَ الغرابة، يكون من الطبيعي محاولة إيجاد علاقة بينها وبين شيء أكثر ألفة، ومكمن الخطر أن ينظر المرءُ إلى الأفكار غير المألوفة بوصفها ليست أكثر من ترجمات قديمة مهجورة، لما نستطيع نحن أن نفعله الآن بكفاءة أكبر؛ وبهذه الطريقة تُعاد كتابةُ التاريخ من منظورنا نحن بدلًا من منظور المؤلفين الأصليين.

كان مؤرِّخو الرياضيات القديمة من أوائل الثائرين على التشوهات التي سبَّبَها التحديث، وخلال تسعينيات القرن العشرين قادوا الطريق، في محاولةِ استعادةِ المصطلحات وعمليات التفكير الموجودة في الأصول، والحفاظ عليها بقدر الإمكان. وقد قال ريفيل نيتز، وهو محرِّر ومترجم لأرشميدس، في ملحوظةٍ تُقتبَس الآن كثيرًا: «إن الهدف من الترجمة الثقافية كما أفهمها هو إزالة كل العوائق المتعلِّقة باللغة الأجنبية نفسها، تاركة كل العوائق الأخرى كما هي.» إن هذا يُجبِر القارئ الحديث للنصوص الرياضية التاريخية على أن يعمل بجدٍّ أكثر كثيرًا من القارئ منذ خمسين عامًا مضت، بَيْدَ أن ما سيحصل عليه من مكاسب في الفهم التاريخي سيكون أكبر بما لا يُقارَن.

إن الذين يدرسون الكتابات الرياضية القديمة قادوا الطريق في جوانب أخرى من التأريخ أيضًا؛ جزئيًّا بسبب الطريقة التي تجمَّعَتْ بها مادتهم على نحوٍ عشوائيٍّ في الماضي. إن لوحًا وحيدًا من الطمي، على سبيل المثال، لا يقصُّ علينا الكثيرَ، ما لم نَكُن نعلم أين ومتى كُتِب. مثل هذه المعلومة تكون أساسيةً، إذا كنَّا نريد إنشاءَ صورةٍ توضِّح كيف أن نصًّا بعينه له علاقة بنصوص أخرى وُجِدت في المنطقة نفسها أو في مكان آخَر. وُضِعت ألواح كثيرة من كشوف أثرية قديمة في متاحف مع أقل قدرٍ من المعلومات عن أصولها، أو بِيعَتْ في أسواق الأثريات دون أية معلومات مصاحبة، وهو ما يجعل من الصعوبة البالغة أن يستنتج المؤرخون معلوماتٍ مفيدةً عنها الآن. لحسن الحظ، يسجل علماء الآثار في يومنا هذا المواضعَ والبيئةَ المحيطة بعنايةٍ بالغةٍ قبل تحريك أية طبقة من الأدلة؛ وقد ساعدَتِ التكنولوجيا الحديثة على قراءة النصوص المكتوبة بخطوط باهتة من الحبر. إن العمل على نصِّ أرشميدس الذي أُعِيد اكتشافه، المذكور في الفصل الثالث، كان أمرًا استثنائيًّا بصفة خاصة؛ فقد تمكَّنَ الباحثون ليس فقط من قراءة الكثير من النصوص الأصلية، ولكن تمكَّنوا أيضًا من تعيين هوية الكاتب الذي مسح المخطوطة وأعادَ الكتابةَ عليها، وهو يُدعَى أيونيس مايروناس، الذي كان يعمل في القسطنطينية خلال الصوم الكبير عام ١٢٢٩. ومن الملائِم للغاية أن تتماشى عمليةُ استعادة النص مع استعادة قصة النص يدًا بيد.

ابتعد مؤرخو الرياضيات على نحوٍ متزايد عن النظرة «الداخلية» التي يُرَى فيها أن التطوُّرات الرياضية تحدث وفق ما يلائمها، بغضِّ الطرف عن التأثيرات الخارجية. وكما أوضحنا مرةً بعد مرة في هذا الكتاب، فإن النشاط الرياضي جسَّدَ نفسه بطرائق متعددة، كلها محدَّدة اجتماعيًّا وثقافيًّا. ينبغي لنا ألَّا نهمل التفاصيل، وكثيرًا ما يكرِّس الرياضيون أنفسهم لمسألة خاصة، ليس لأنها ربما تكون مفيدة، أو لأن شخصًا طلب إليهم أن يفعلوا هذا، ولكنْ لأن المسألة ذاتها تأسر خيالهم. هذه بدقةٍ كانت حالةَ نيوتن وَلايبنتس مع حساب التفاضل، أو بولياي وَلوباتشيفسكي مع الهندسة غير الإقليدية، أو وايلز مع نظرية فيرما الأخيرة. في مثل هذه الحالات، يعتمد التقدُّم أولًا وقبل كل شيء على الانخراط العميق والمركَّز في الرياضيات؛ وبهذا المعنى فإن الإبداع الرياضي يمكن أن يقال عنه إنه عملية داخلية. ولكن الأسئلة الرياضية التي تُعتَبَر مهمةً في زمن معيَّن أو مكان معيَّن، والطريقة التي أتَتْ بها هناك، والطريقة التي تُفهَم أو تُفسَّر بها؛ كلها تتأثَّر بالعديد من العوامل التي هي خارج الرياضيات نفسها: عوامل اجتماعية

وسياسية واقتصادية وثقافية. إن البيئة المحيطة أصحبَتْ بالنسبة إلى المؤرخ في نفس أهمية المحتوى.

تَمثَّلَ تغيُّرٌ مهم آخَر في السنوات الأخيرة في الإقرار المتزايد بأن الرياضيات التي مارَسَها عدد قليل من الرياضيين المشاهير، لم تعكس تنوُّعَ النشاط والخبرة الرياضيَّيْن عند مستويات أخرى من المجتمع (على الرغم من أنها بُنِيَت عليه). إن تاريخ الرياضيات غير المقصورة على الصفوة كان موضوعًا أساسيًّا من موضوعات هذا الكتاب. ومؤرِّخو الرياضيات — مثل العلماء في فروعٍ كثيرةٍ أخرى من فروع المعرفة — أصبحت لديهم حساسيةٌ شديدة من قضايا الجنس والعِرْق. وقد كانت دراساتُ الثقافاتِ السابقةِ على الثقافة الغربية الحديثة مقيَّدةً في الماضي بسبب نقص المصادر أو الحواجز اللغوية، ولكن هذا الموقف يبدأ الآن في التغيُّر بينما تُمثِّل الصور المتشابكة والترجمات الجديدة والتعليقات المثقفة؛ مصادرَ متزايدةً من المادة التي يَسْهل الوصول إليها فكريًّا، وماديًّا أيضًا؛ ومن ثَمَّ، فإن رياضيات الماضي لا يمكن اعتبارها ببساطة مادةً تَشكَّلَت منها رياضيات الحاضر، بل هي جزء متكامل من ثقافتها المعاصرة.

وكما في كل فروع المعرفة الأكاديمية المزدهرة هذه الأيام، فإن أولئك المنشغلين بتاريخ الرياضيات مطلوب منهم أن يَعْبروا الحدود. في الحقيقة، من أعظم مسرات العمل في هذا الموضوع أن المرء يستطيع أن يتعلَّم من خبرة ومعرفة علماء الآثار، وأمناء الأرشيفات، والمتخصِّصين في دراسة التاريخ الصيني والكلاسيكي، والمستشرقين، والمتخصِّصين في تاريخ القرون الوسطى، ومؤرخي العلوم، واللغويين، ومؤرخي الفن، ونقَّاد الأدب، وأمناء المتاحف والمكتبات، وآخَرين كُثر. لقد اتَّسَع نطاق المصادر بطريقة مشابهة، ولم يَعُدْ مقصورًا على الكتب والمخطوطات، التي قَدَّمَت من قبلُ أحدثَ الأفكار، بل صار يتضمَّن مراسلاتٍ ويومياتٍ ومذكراتٍ تحضيريةً وكُتُبَ تمارين وأجهزةَ قياسٍ وآلات حاسبة وصورًا زيتية ومذكرات خاصة وروايات. ربما تبدو المفردة الأخيرة مدهِشة، ولكن ربما يكون الروائي أدقَّ وأفصح مَن يعبِّر عن وجهات النظر المعاصرة في الرياضيات، وسيجد القرَّاء المهتمون بمتابعة هذا الموضوع المزيدَ من المصادر في جزء «قراءات إضافية» في نهاية الكتاب.

إن الأسئلة التي طرحها المؤرخون في الخمسين عامًا الأخيرة قد تغيَّرَت وتنوَّعَت؛ فلم يَعُدْ كافيًا ببساطة أن نسأل مَن اكتشف ماذا ومتى، بل نحن نريد أن نعرف أيضًا الممارسات التي انخرطت فيها مجموعاتُ الناس أو الأفراد وسبب ذلك؛ ما المؤثرات

التاريخية أو الجغرافية التي كانت موجودة وقتها؟ كيف فهم المشاركون، أو غيرهم، الأنشطةَ الرياضية؟ أيُّ جوانب حظيت بالتقدير بشكل خاص؟ أيُّ خطوات اتُّخِذت بهدف حفظ الخبرة الرياضية أو نقلها؟ مَن كان يموِّل هذه الأنشطة؟ كيف كان الرياضي الفرد يستخدِم وقتَه أو مهارتَه؟ ماذا كانت دوافع الرياضيين؟ ماذا أنتجوا؟ ماذا فعلوا بما أنتجوه؟ مع مَن تَنَاقشوا، أو تَعَاونوا، أو تَجَادلوا خلال عملهم؟

سيكون من الصعبِ الوصولُ إلى معظم إجابات هذه الأسئلة بأية درجةٍ من اليقين. إن مؤرخي الرياضيات، شأنهم شأن غيرهم من المؤرخين، يعملون بأدلة شحيحة، ومن هذه الأدلة عليهم أن يُعِيدوا بناءَ قصصٍ غير كاملة عن الماضي بأكبر قدرٍ من العناية. إن المحاولة تبقى جديرةً بالاهتمام، وتستحِقُّ العناءَ المبذول في سبيلها؛ لأنها تُعلِّمنا الكثيرَ عن نشاطٍ إنسانيٍّ يضاهي في قِدَمه وانتشاره إنتاجَ الأدب أو الموسيقى، نشاطٍ جسَّدَ نفسه في مجموعة متنوعة غنية من الأشكال الثقافية؛ وهذا النشاط هو ابتكار وممارسة الرياضيات.

قراءات إضافية

الفصل الأول: الرياضيات: أسطورة وتاريخ

مصادر رئيسية

Robert Recorde, *The Pathway to Knowledg* (London, 1551); painstakingly reprinted by Gordon and Elizabeth Roberts (TGR Renascent Books, 2009).

مصادر فرعية

Markus Asper, 'The two cultures of mathematics in ancient Greece', in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press, 2009), pp. 107–132.

Simon Singh, *Fermat's Last Theorem* (Fourth Estate, 1997; Harper Perennial, 2007).

Benjamin Wardhaugh, 'Mathematics in English printed books, 1473–1800: a bibliometric analysis', *Notes and Records of the Royal Society,* 63(2009): 325–38.

الفصل الثاني: ما الرياضيات؟ ومَن الرياضي؟

مصادر رئيسية

The Suàn shù shū, writings on reckoning: a translation of a Chinese mathematical collection of the second century BC, with explanatory commentary, tr. Christopher Cullen (Needham Research Institute, 2004).

Fibonacci's Liber abaci: Leonardo Pisano's book of calculation, tr. L. E. Segal (Springer, 2002).

مصادر فرعية

Christopher Cullen, 'People and numbers in early imperial China', in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press, 2009), pp. 591–618.

G. E. R. Lloyd, 'What was mathematics in the ancient world?', in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press 2009), pp. 7–25.

Benjamin Wardhaugh, 'Poor Robin and Merry Andrew: mathematical humour in Restoration England', *BSHM Bulletin,* 22(2007): 151–9.

الفصل الثالث: كيف تنتشر الأفكار الرياضية؟

مصادر رئيسية

The thirteen books of Euclid's *Elements* in MS D'Orville 301, from 888, http://www.claymath.org/library/historical/euclid/ last accessed November 2011.

David Joyce, ‘A Quick Trip through the Elements’, compiled in 2002, http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/trip.html, last accessed January 2012.

مصادر فرعية

June Barrow-Green, ‘“Much necessary for all sortes of men”: 450 years of Euclid’s *Elements* in English’, *BSHM Bulletin,* 21 (2006): 1–25.

Annette Imhausen, ‘Traditions and myths in the historiography of Egyptian mathematics’, in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press, 2009), pp. 781–800.

Victor Katz (ed.), *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: a sourcebook* (Princeton University Press, 2007).

Reviel Netz and William Noel, *The Archimedes Codex: revealing the secret of the world’s greatest palimpsest* (Weidenfeld and Nicolson, 2007).

Eleanor Robson, *Mathematics in ancient Iraq: a social history* (Princeton University Press, 2006).

Corinna Rossi, ‘Mixing, building, and feeding: mathematics and technology in ancient Egypt’, in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press, 2009), pp. 407–28.

Benjamin Wardhaugh, *How to read historical mathematics* (Princeton University Press, 2010).

الفصل الرابع: تعلُّم الرياضيات

مصادر رئيسية

Copy books in the John Hersee collection owned by the Mathematical Association, in the David Wilson Library at the University of Leicester.

مصادر فرعية

Marit Hartveit, ‘How Flora got her cap’, *BSHM Bulletin,* 24 (2009): 147–58.
Eleanor Robson, *Mathematics in ancient Iraq* (Princeton University Press, 2008).
Polly Thanailaki, ‘Breaking social barriers: Florentia Fountoukli (1869–1915)’, *BSHM Bulletin,* 25 (2010): 32–8.

الفصل الخامس: حيوية الرياضيات

Sonja Brentjes, ‘Patronage of the mathematical sciences in Islamic societies’, in Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), *The Oxford Handbook of the History of Mathematics* (Oxford University Press, 2009), pp. 301–27.

الفصل السادس: في داخل الرياضيات

مصادر رئيسية

Euclid, *The first six books of the Elements of Euclid,* beautifully reproduced in colour from Oliver Byrne’s 1847 original by Werner Oechslin and Petra Lamers-Schutze (Taschen, 2010).
Euclid, *Elements,* Oliver Byrne’s coloured edition of 1847 combined with David Joyce’s interactive version of 2002 http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/byrne.html, last accessed January 2012.

مصادر فرعية

Glen van Brummelen, ‘Filling in the short blanks: musings on bringing the historiography of mathematics to the classroom’, *BSHM Bulletin,* 25 (2010): 2–9.

الفصل السابع: التأريخ المتطور للرياضيات

Tony Mann, 'From Sylvia Plath's *The Bell Jar* to the Bad Sex Award: a partial account of the uses of mathematics in fiction', *BSHM Bulletin,* 25 (2010): 58–66.

مصادر الصور

(1–1) © Photo Jonathan Peppé.

(2–1) © The British Library Board.

(3–1) © Wikipedia Commons.

(4–1) © Photo Mary Walmsley.

(4–2) © Photo Mary Walmsley.

(4–3) © Photo Mary Walmsley.

(4–4) © Photo Mary Walmsley.

(6–2) © Wikipedia Commons.